
دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۱ - نیمسال اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴

تمرین سری ۶

موعد تحویل: یکشنبه ۲۱ دی ماه ۱۴۰۴

نحوه تحویل: روز یکشنبه ۲۱ دی ماه ساعت ۹ صبح در ابتدای کلاس درس

نکات مهم:

۱. لطفاً به تمام سوالات به صورت کامل و خوانا پاسخ دهید.
 ۲. لطفاً نظم و روند پاسخ‌گویی به سوالات را از ابتدا تا پایان پاسخنامه‌های خود حفظ کنید.
 ۳. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود بعد از زمان مقرر خودداری کنید؛ بدیهی است در این صورت نمره‌ای به آنها تعلق نخواهد گرفت.
 ۴. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود به صورت الکترونیکی خودداری کنید.
 ۵. حتی الامکان پاسخهای خود را در برگه‌های A۴ بنویسید.
 ۶. لطفاً پاسخنامه‌های خود را به هم منگنه کنید.
 ۷. لطفاً پاسخهای خود را با خودکار قرمز ننویسید.
-

مسئله ۱ (۱۰ نمره)

الکترونی در میدان کولنی یک پروتون در حالتی است که با تابع زیر توصیف می‌شود

$$\Psi(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{6} \left[4\psi_{1,0,0}(\mathbf{r}) + 3\psi_{2,1,1}(\mathbf{r}) - \psi_{2,1,0}(\mathbf{r}) + \sqrt{10}\psi_{2,1,-1}(\mathbf{r}) \right].$$

(الف) مقدار انتظاری انرژی را محاسبه کنید.

(ب) مقدار انتظاری L^2 را محاسبه کنید.

(ج) مقدار انتظاری L_z را محاسبه کنید.

مسئله ۲ (۱۰ نمره)

الکترونی در میدان کولنی یک پروتون در حالتی است که با تابع موج زیر توصیف می‌شود

$$\psi(\mathbf{r}) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \right)^{3/2} e^{-\frac{\alpha^2 r^2}{2}}.$$

رابطه‌ای برای احتمال یافتن الکترون در حالت پایه این اتم بدست آورید.

مسئله ۳ (۱۰ نمره):

ذره ای را در پتانسیل کولنی در نظر بگیرید.

(الف) با استفاده از رابطه عدم قطعیت $\Delta r \Delta p \approx \hbar$ ، نشان دهید که مکانی که انرژی ذره به کمترین مقدار خود می رسد، با رابطه $(\Delta r)_0 = \frac{a_0}{Z}$ داده می شود که در آن $a_0 \equiv \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ شعاع اتم Bohr و μ جرم کاهش یافته است.

(ب) با استفاده از رابطه عدم قطعیت، سرعت این ذره را در این مکان تخمین بزنید.

(ج) با استفاده از اطلاعات فوق مینیمم انرژی ذره را تخمین زده و نتیجه را با رابطه بدست آمده برای انرژی حالت پایه اتم هیدروژنگونه مقایسه کنید. سیف انرژی اتمهای هیدروژنگونه $E_n = -\frac{1}{2}\mu c^2 \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}$ است.

در صورت نیاز به ویژه حالت های اتم هیدروژن، لطفاً از عبارات داده شده در کتابها استفاده کنید. اطلاعات کاملتر در مورد این ویژه حالتها و اثباتهای مربوطه در هفته آخر ترم در کلاس ارائه خواهد شد.