
دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف
مکانیک کوانتومی ۱ - نیمسال اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴
تمرین سری ۵
موعد تحویل: یکشنبه ۷ دی ماه ۱۴۰۴
نحوه تحویل: روز یکشنبه ۷ دی ماه ساعت ۹ صبح در ابتدای کلاس درس

نکات مهم:

۱. لطفاً به تمام سوالات به صورت کامل و خوانا پاسخ دهید.
۲. لطفاً نظم و روند پاسخ‌گویی به سوالات را از ابتدا تا پایان پاسخنامه‌های خود حفظ کنید.
۳. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود بعد از زمان مقرر خودداری کنید؛ بدیهی است در این صورت نمره‌ای به آنها تعلق نخواهد گرفت.
۴. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود به صورت الکترونیکی خودداری کنید.
۵. حتی الامکان پاسخهای خود را در برگه‌های A۴ بنویسید.
۶. لطفاً پاسخنامه‌های خود را به هم منگنه کنید.
۷. لطفاً پاسخهای خود را با خودکار قرمز ننویسید.

مسئله ۱ (۱۰ نمره)

(الف) نمایش پتانسیل یوکاوا در فضای سه بعدی مکان عبارت است از

$$\langle x|V|x'\rangle = -V_0 \frac{e^{-\mu|x|}}{|x|} \delta(x - x'), \quad (1)$$

که در آن μ ثابت است. نمایش این پتانسیل را در فضای تکانه بدست آورید.

(ب) معادله ویژه مقداری نوسانگر هماهنگ یک بعدی را در فضای تکانه $\langle p|H|n\rangle$ بدست آورید و با استفاده از ویژه توابع نوسانگر هماهنگ در فضای مکان $\langle x|n\rangle$ ، این ویژه توابع را در فضای تکانه $\langle p|n\rangle$ بدست آورید.

مسئله ۲ (۱۰ نمره)

ذره ای را با جرم m و بار الکتریکی q در میدان پتانسیل زیر در نظر بگیرید:

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - q\mathcal{E}x.$$

این پتانسیل ترکیبی از پتانسیل نوسانگر هماهنگ یک بعدی و پتانسیل مربوط به میدان الکتریکی ثابت $\mathcal{E}$ میباشد. با استفاده از روش جبری مربوط به نوسانگر هماهنگ یک بعدی، ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی این ذره را بدست آورید.

مسئله ۳ (۱۰ نمره):

- (الف) نشان دهید که برای ویژه توابع L^2 و L_z عبارت $(\Delta L_x)^2 + (\Delta L_y)^2$ کمینه است، اگر $m = \pm \ell$ باشد.
- (ب) نشان دهید که رابطه $i\hbar (a \times b) \cdot L = [a \cdot L, b \cdot L]$ فقط وقتی درست است که a, b و L دو به دو جابجا شوند.
- (ج) نشان دهید که برای یک عملگر برداری $V(x, p)$ رابطه زیر درست است:
- $$[L^2, V] = 2i\hbar (V \times L - i\hbar V).$$
- (د) با استفاده از تعاریف $L_{\pm}$ نمایش ماتریسی $\langle \ell = 1, m' | L_{\pm} | \ell = 1, m \rangle$ را بدست آورید.