
دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف
مکانیک کوانتومی ۱ - نیمسال اول ۱۴۰۵-۱۴۰۴
تمرین سری ۲
موعد تحویل: یکشنبه ۱۸ آبان ۱۴۰۴
نحوه تحویل: روز یکشنبه ۱۸ آبان ساعت ۹ صبح در ابتدای کلاس درس

نکات مهم:

۱. لطفاً به تمام سوالات به صورت کامل و خوانا پاسخ دهید.
۲. لطفاً نظم و روند پاسخ‌گویی به سوالات را تا پایان پاسخنامه‌های خود حفظ کنید.
۳. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود بعد از زمان مقرر خودداری کنید؛ بدیهی است در این صورت نمره‌ای به آنها تعلق نخواهد گرفت.
۴. لطفاً از تحویل دادن پاسخنامه‌های خود به صورت الکترونیکی خودداری کنید.
۵. حتی الامکان پاسخهای خود را در برگه‌های A۴ بنویسید.
۶. لطفاً پاسخنامه‌های خود را به هم منگنه کنید.
۷. لطفاً پاسخهای خود را با خودکار قرمز ننویسید.

مسئله ۱ (۱۰ نمره)

بسته موج

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dk \phi(k) e^{ikx},$$

را در نظر بگیرید. اگر تابع موج $\phi(k)$ بصورت زیر باشد

$$\phi(k) = \begin{cases} A(a - |k|) & |k| < a, \\ 0 & |k| > a. \end{cases}$$

(الف) ضریب بهنجارش A را با استفاده از

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\phi(k)|^2 dk = 1,$$

بدست آورید.

(ب) $\psi(x)$ را بیابید.

(ج) عدم قطعیت‌های Δx و Δp را محاسبه کنید و بررسی کنید آیا اصل عدم قطعیت صدق می‌کنند یا خیر؟

مسئله ۲ (۱۰ نمره)

سه تابع موج زیر را در نظر بگیرید:

$$\psi_1(y) = A_1 e^{-y^2}, \quad \psi_2(y) = A_2 e^{-y^2/2}, \quad \psi_3(y) = A_3 (e^{-y^2} + y e^{-y^2/2})$$

که در آن A_1 ، A_2 و A_3 ثابت‌های بهنجارش هستند.

(الف) ثابت‌های A_1 ، A_2 و A_3 را به گونه‌ای پیدا کنید که ψ_1 ، ψ_2 و ψ_3 بهنجار شوند.

(ب) احتمال آن را که هر کدام از حالت‌ها در بازه $-1 < y < 1$ باشند، پیدا کنید.

مسئله ۳ (۱۰ نمره)

فرض کنید تابع موج ذره‌ای به شکل زیر می‌باشد

$$\psi(r) = \mathcal{N} e^{-\alpha r}$$

که در آن $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ، $\mathcal{N}$ ضریب بهنجارش و α یک پارامتر حقیقی مثبت است.

(الف) ضریب بهنجارش را محاسبه کنید.

(ب) مقادیر چشم‌داشتی

$$\langle \vec{x} \rangle, \langle r \rangle, \langle r^2 \rangle,$$

را برای تابع موج داده شده بیابید.

(ج) عدم قطعیت‌های

$$(\Delta \vec{x})^2, (\Delta r)^2,$$

را برای تابع موج داده شده محاسبه کنید.

(د) تابع موج را در فضای تکانه با استفاده از تبدیل فوریه (سه بعدی) محاسبه کنید و عدم قطعیت در تکانه

را با استفاده از این تابع موج محاسبه کرده و اصل عدم قطعیت هایزنبرگ را تحقیق کنید.

راهنمایی:

$$\int_0^\infty dy y^n e^{-y} = n!, \quad (\text{آ ۱})$$

$$\int_0^\infty dy \frac{1}{y^2 + \alpha^2} = \frac{\pi}{2\alpha}. \quad (\text{ب ۱})$$