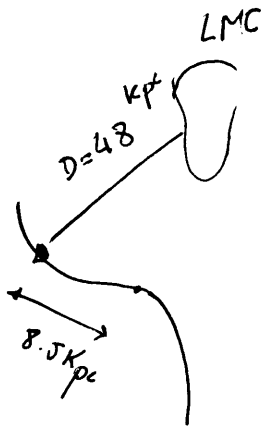
کیهان‌شناسی - جلسه ۱۴ ۸۷/۲/۱۴



تمرین: محاسبه عمق نوری کیهان کهکشان با مشخصات

$$\rho = \rho_0 \frac{R_\odot^2 + R_c^2}{R_\odot^2 + R^2}$$

$R_\odot = 8.5\,Kpc$ $\quad \rho_\odot = 8\times10^{-3}\ \frac{M_\odot}{pc^3}$

$R_c = 5\,Kpc$

$$\tau = \int \pi R_E^2 \frac{\rho}{m}\, dx$$

$\tau = 0.36\times10^{-7}$

عمق نوری به صورت دقیق، EROS

astro-ph/0607207
EROS Collaboration.

Tisserand et al.

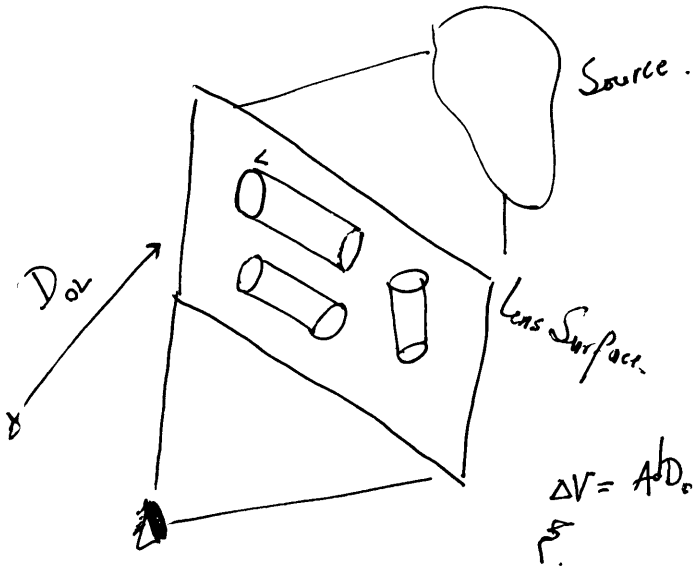
N_{bg} - تعداد ستاره‌های زمینه

$$N_{event} = \tau N_{bg}$$

در اصل رصد کردن N_{bg} در مدت زمان T با استفاده‌ی مناسب شدت رصد کیهان با فرکانس ۲ بار در هفته

البته این فرکانس، بر روی رویدادها تنظیم می‌گردد.

در روز همترازی گرانشی، لنزها دنباسک دارند و احتمال مشاهده رویداد افزایش می‌یابد.



$$dS = 2R_E \cdot v_t T$$

N عدسی داشته باشیم

$$dS = 2NR_E \cdot v_t T$$

$$\Delta V = A\Delta D_{OL} \quad , \quad \Delta N = A\Delta D_{OL}\frac{\rho(D_{OL})}{m}$$

$$d\tau = 2R_E v_t T A \frac{\rho(D_{OL})}{m_L}\Delta D_{OL}$$

$$d_{\text{احتمال}} = \frac{d\tau}{dA} = 2R_E v_t \frac{\rho}{m_L} T\, d D_{OL}$$

زبان تفاضل و انتگرال

2,

$$dN_{event} = N_{bg}\frac{dS}{dA} = 2R_E V_t \frac{\rho}{m_L} T N_{bg} dD_{ol}$$

تعداد رویدادهایی که می‌بینیم متناسب با $N_{bg} T$ است.

$$d\Gamma = \frac{dN_{event}}{N_{bg} T} = 2R_E V_t \frac{\rho}{m_L} dD_{ol}$$

↓ مجموع

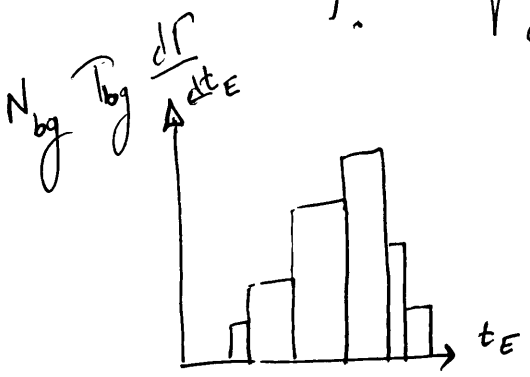
$$\Gamma = \int_0^{D_{os}} 2R_E V_t \frac{\rho}{m} dD_{OL} \rightarrow \Gamma = 2\int_0^{D_{os}} \sqrt{\frac{4Gm}{c^2}\cdot\frac{D_{OL}D_{LS}}{D_{os}}} V_t \frac{\rho}{m}$$

↓ شعاع حلقه انیشتین

$$\Gamma = 2\int_0^{D_{os}} \sqrt{\frac{4G}{c^2 m}\frac{D_{OL}D_{LS}}{D_{os}}} V_t \rho\, dD_{ol}$$

داده‌های حاصل از رصد

الف - توزیع رویدادها برحسب زمان‌های t_{Ek}



$$\frac{dN_E}{dt_E} = f(MF, \rho(x), f(v_t)), \text{ Mass function.}$$

شبیه‌سازی مونته کارلو

Rahvar - MNRAS (2004-2005)

ب - عدسی نوری

توزیع رویدادها عدسی نوری باعث می‌شود { ۱- ساختار کهکشان را بدست آوریم
۲- تابع جرم عدسی را بازیابی کنیم.

عدسی نوری که یک کمیت هندسی است را تجربی می‌گیریم.

N_{bg} ستاره را در T_{obs} مشاهده شده است.

$10^7 \times 365\,d \approx 3.65 \times 10^9\, d*star$.

↓

N_{bg} (5d, 20d, 50, 80d, 100 d) رویداد دیدیم

= 225 d*star گرانش

$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{N} \langle t_E \rangle}{N_{bg} T_{obs}} \simeq \frac{255 \text{ event}}{68 \times 10^9}$ احتمال

$\langle t_E \rangle$ بستگی به پارامتر برخورد

مرحله بعدی شبیه‌سازی داده‌ها است.

فضای پارامتری نقش‌های رخ‌همگرایی گرانشی

البته درصد فیزیکی کامل را بدست نمی‌آوریم.

ثبت رویدادهای آشکارشده در شبیه‌سازی کامپیوتری

نمونه‌های تولیدشده (efficiency)

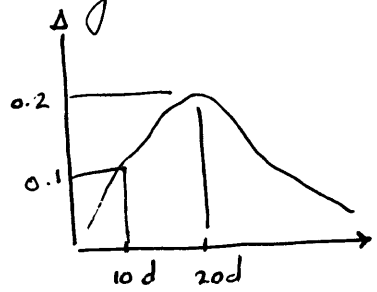
را برحسب پرکس از پارامتر فضای فازی رسم کنیم.

$u_0 \in [0, 1]$

$t_E \in [0, 1yr]$

$t_0 \in [0, 10yr]$

$\varepsilon = \frac{N_{detect-Event}}{N_{generator}}$



رویداد اصلی — رویداد 1

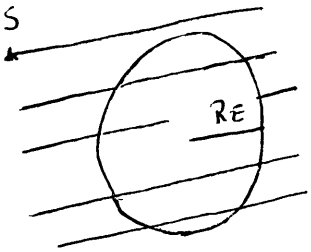
$t_E = 10\,d \to 10$

$t_E = 20\,d \to 5$

$t_E = 50\,d \to 20$

$\tau = \frac{\sum \frac{t_E}{\varepsilon(t_E)}}{T_{obs} \cdot N_{bg}}$

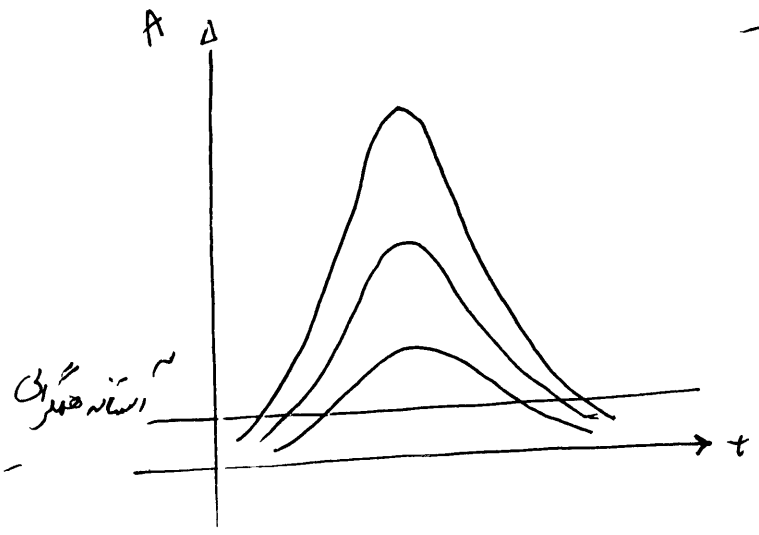
تصحیح دوم:



شعاع مکسی

بعضی چشمه از فواصل مختلف نسبت به لنز

پرچقدر پارامتر برخورد کوچک باشد تقویت بیشتر است.



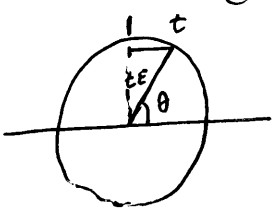
$A = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2+4}}$

$u = 1 \to A = \frac{3}{\sqrt{5}}$

آستانه اغاز همگرایی

پرچقدر پارامتر برخورد کوچک باشد زمان تقویت نور افزایش می‌یابد.

درمحاسبات متوسط t_E را باید داردکنیم چون پرنوع برخوردی می‌تواند رخ دهد.



$t = t_E \cos\theta$

4,

$$\langle t \rangle = \frac{\int t\,d\theta}{\int d\theta} = \frac{t_E \int_0^{\pi/2} \cos\theta\, d\theta}{\int_0^{\pi/2} d\theta} = \frac{t_E}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} t_E$$

در نتیجه زمان عبور نور (عمق نوری) عبارتند از

$$\tau = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sum \frac{t_E}{\epsilon(t_E)}}{T_{obs}\, N_{bg}}$$

□ اختلاف مرتبه اول در فضای پارامتری:

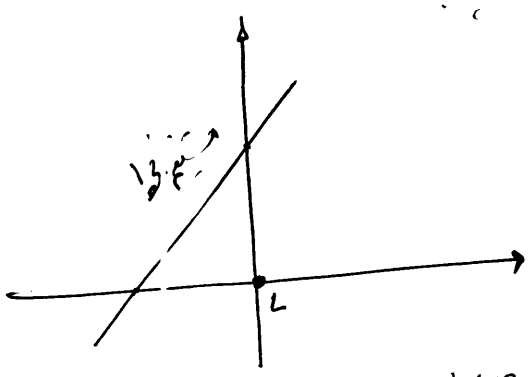
استفاده از اختلاف برای شکستن تبهگنی (حتی برای کردن سیاهچاله)

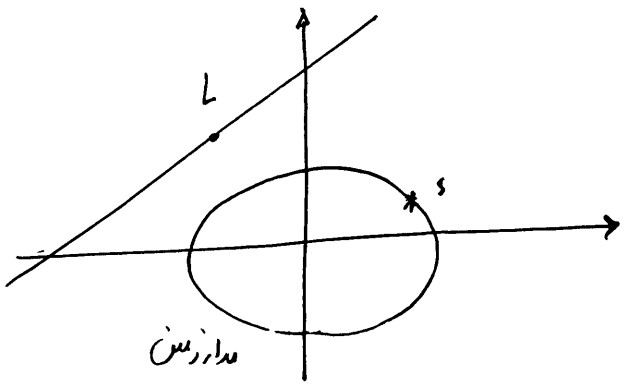
$$t_E = f(x, M, v_t)$$

کاربردهای اخترفیزیکی: طیف سنجی از سطح ستاره، پیدا کردن سیارات فراخورشیدی

a) اثر اختلاف منظر parallax

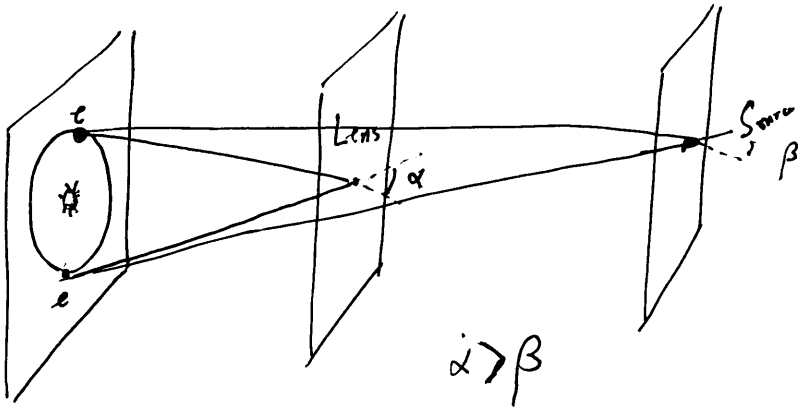
بدلیل دوران زمین حول خورشید، حرکت منبع در صفحه عدسی مستقیم الخط نخواهد بود.





Rahvar et al A&A (2003) 412, 81

- Formalism A. Gould APJ-1998 فرض کنید صفحه حرکت زمین به دور خورشید موازی صفحه لنز باشد.



5.

$$\pi_{lens} = \frac{1AU}{D_{OL}} \quad \text{parallax of lens}$$

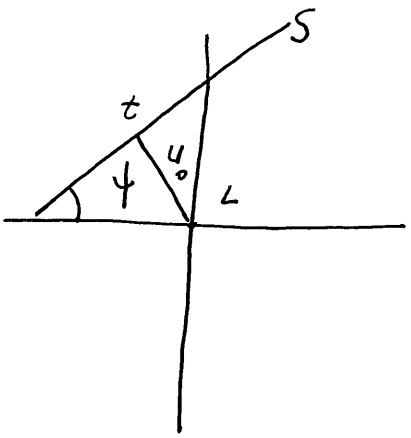
$$\pi_{Source} = \frac{1AU}{D_{OS}} \quad \text{parallax of Source}$$

اختلاف منظر نسبی $\pi_{rel} = 1AU\left(\frac{1}{D_{OL}} - \frac{1}{D_{OS}}\right)$

حرکت نسبی به صورت دایره با شعاع π_{Rel}

□ جمع بندی:

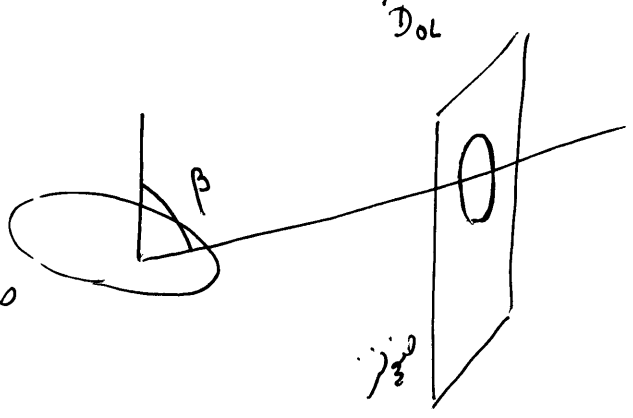
۱) $\vec{V}_{rl}$ (عادی نسبت به چشمه) - حرکت مستقیم الخط

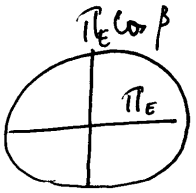


$$\begin{cases} u_x = \frac{t-t_0}{t_E}\cos\psi - u_0\sin\psi \\ u_y = \frac{t-t_0}{t_E}\sin\psi + u_0\cos\psi \end{cases}$$

۲) حرکت دورانی به علت حرکت زمین

$$\pi_E = \frac{\pi_{rel}}{R_E} = \frac{1A.U}{R_E/D_{OL}}\left(\frac{1}{D_{OL}} - \frac{1}{D_{OS}}\right)$$ نرمالیزه کردن اختلاف منظر نسبی





$\begin{cases} \pi_E \\ \pi_E\cos\beta \end{cases}$ اختلاف منظر

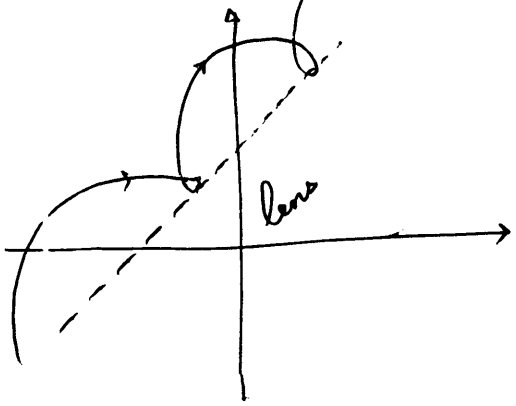
$$\begin{cases} u'_x = \pi_E\cos(\xi(t)+\psi_0) \\ u'_y = \pi_E\cos\beta\sin(\xi(t)+\psi_0) \end{cases}$$

b)

حال به حرکت نسبی لنز و چشمه را نگاه می‌کنیم.

$$\begin{cases} u_x(rel) = u_x - u'_x \\ u_y(rel) = u_y - u'_y \end{cases} \Rightarrow u^2 = u_x^2 + u_y^2$$

در اثر u پرتوها اندکی از حالت را در مقابل با لحظه‌ای قرار دهیم. منحنی را دچار اختلال می‌کند. حرکت لنز و منبع نسبت به هم



چون $\vec{V} \neq \omega R$

↓

شدت چرخش زمین

$$\pi_{rel} = \frac{1\,A.U}{R_E/D_{OL}} \left(\frac{1}{D_{OL}} - \frac{1}{D_{OS}} \right)$$

$$\pi_{rel,E} = \frac{1\,A.U \cdot D_{OL}}{\sqrt{\frac{4GM}{c^2} \cdot \frac{D_{OL} D_{LS}}{D_{OS}}}} \cdot \frac{D_{OS} - D_{OL}}{D_{OL} D_{OS}} = \frac{1\,A.U\,D_{OL}}{\sqrt{\frac{4GM}{c^2}}} \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}^3}}$$

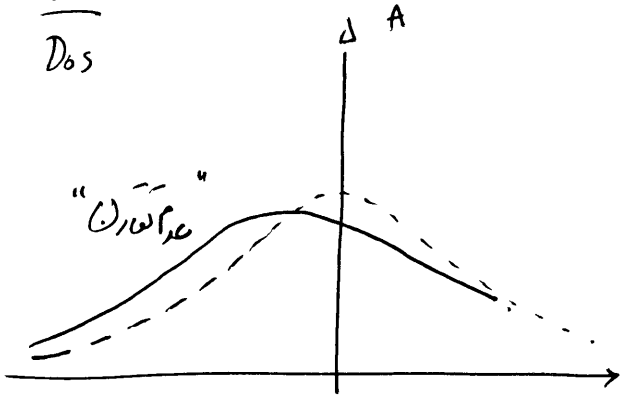
$$= \frac{1\,A.U}{\sqrt{2R_S}} D_{OL} \sqrt{\frac{1-x}{x^3 D_{OS}^3}} = \frac{1\,A.U}{\sqrt{2R_S\,D_{OS}}} \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

برای لنزهای نزدیک، اثر اختلاف منظر مهم می‌شود

برای چشمه‌های نزدیک نیز اثر مهم است.

با توجه به تعریف

$$x \equiv \frac{D_{OL}}{D_{OS}}$$



ایجاد عدم تقارن در منحنی با لحظه‌ای

7.1

اگر بتوانیم اثر اختلاف منظر π_E را بدست آوریم، می‌توانیم رابطه‌ای بین جرم و فواصل داشته باشیم و بهمین را از بین سیستم دوتایی جرم حدس بزنیم.

$$\pi_E = \frac{K}{\sqrt{M}} \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

تمرین: منحنی شدت نوری را برای اختلاف منظر با منحنی زیر بدست آورید.

$$M_{lens} = 1 M_\odot$$

$$V_{rel} = 100 \ Km/s$$

$$D_{OS} = 8 Kpc$$

$$D_{OL} = 1, 2, 5 \ Kpc$$

$$U_0 = 0.1$$