امتحان میان ترم ۱ نسبیت خاص-پاییز ۱۳۹۹

دانشکده فیزیک-دانشگاه صنعتی شریف

دوشنبه ۱۲ آبان ۱۳۹۹

تاریخ بارگذاری: دوشنبه ۱۲ آبان ۱۳۹۹- ساعت ۱۶:۲۵

تاریخ تحویل امتحان: دوشنبه ۱۲ آبان ۱۳۹۹- ساعت ۱۸:۱۵

تاریخ تحویل امتحان در خانه: آدینه ۱۶ آبان ساعت ۲۳:۵۹

ارسال جواب: sh.baghram@gmail.com

- لطفا نام، نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود را بر روی برگه مرقوم فرمایید.
- مدت امتحان ۹۰ دقیقه است.
- امتحان کلاسی شامل ۳ سوال است. لطفا هر سوال را در برگه مجزا جواب دهید: امتیازهای سوال ها به صورت زیر است: سوال یک ۱۰ امتیاز، سوال دو ۱۰ امتیاز، سوال سه ۲۰ امتیاز . ازاین امتحان حداکثر می توانید ۴۰ امتیاز کسب کنید.
- امتحان در خانه شامل ۲ سوال هر کدام ۲۰ نمره است. از امتحان در خانه می توانید حداکثر ۲۰ امتیاز کسب کنید.
- کل سوالات ۶۰ نمره دارد. کسب ۵۰ نمره کفایت می کند.
- میان ترم اول ۵ نمره پایانی را تشکیل می دهد.
- جواب ها را لطفا اسکن و با فرمت pdf به آدرس sh.baghram@gmail.com ارسال بفرمایید.

سوال ۱) تبدیلات لورنتس A و B !

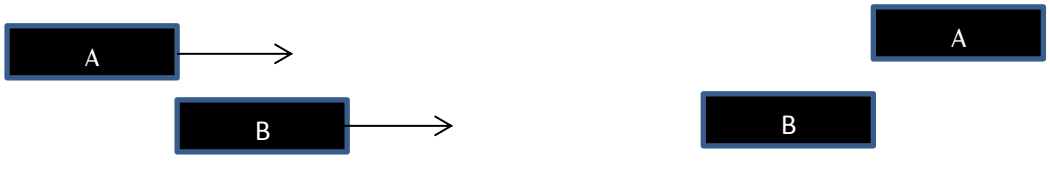
در دستگاه لخت S، رویداد A پیش از B رخ داده است. این ناظر اختلاف زمانی دو رویداد را Δt_{AB} و اختلاف فضایی این دو رویداد Δx_{AB} اندازه گیری می کند.

الف) چه شرطی بین Δt_{AB} و Δx_{AB} باید وجود داشته باشد که مستقل از دستگاه لخت همواره A پیش از B رخ دهد.

ب) در صورتی که دو رویداد A و B هر دو در دستگاه S بر روی محور $\hat{x}$ رخ داده باشند. ناظر لخت S' با چه سرعتی حرکت کند که این دو رویداد را همزمان ببیند.

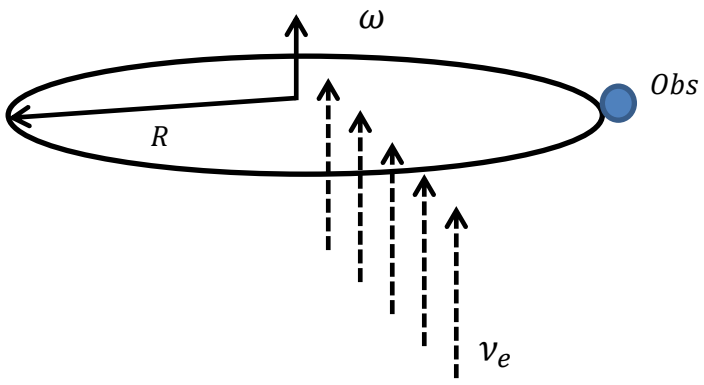
ج) در صورتی که دو رویداد A و B هر دو در دستگاه S بر روی محور $\hat{x}$ رخ داده باشند. تحت چه شرایطی دو رویداد A و B در دستگاه لخت جدید در یک نقطه رخ داده اند.

د) دو قطار A و B به طول ویژه L را در نظر بگیرید. در صورتی که سرعت قطار A برابر با $v_A = \frac{4}{5}c$ و سرعت قطار B برابر با $v_B = \frac{3}{5}c$ باشد. ازدید ناظر C آزمایشگاه که ساکن است، مدت زمانی که طول می کشد که قطار A از B جلو بزند چقدر است. (منظور از زمان جلو زدن، فاصله زمانی است که نقطه ابتدایی آن زمان رویدادی است که ابتدای قطار A در انتهای قطار B باشد (شکل سمت چپ) و زمان انتهایی آن زمان رویدادی است که انتهای قطار A در ابتدای قطار B (شکل سمت راست) قرار بگیرد. توجه داشته باشید که c سرعت نور است.



سوال ۲) دیسک چرخان و اثر داپلر

فرض کنید که مشاهده گری بر روی یک دیسک دایره ای به شعاع R که با سرعت زاویه ای ω می چرخد قرار دارد. پرتوی نوری عمود بر این دیسک با فرکانس ν_e که در دستگاه ثابت اندازه گیری شده است تابش می گردد.

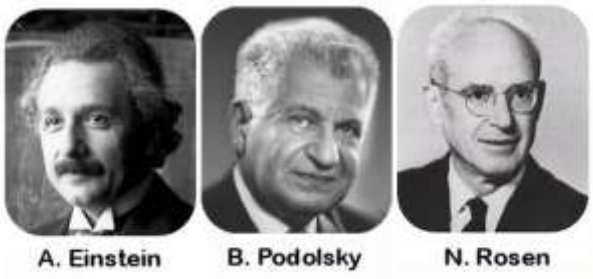


الف) رابطه داپلر نسبیتی را به دست آورید. سپس نشان دهید که کدام یک از جملات به خاطر اثر نسبیتی است و کدام جمله در اپتیک کلاسیک نیز وجود دارد.

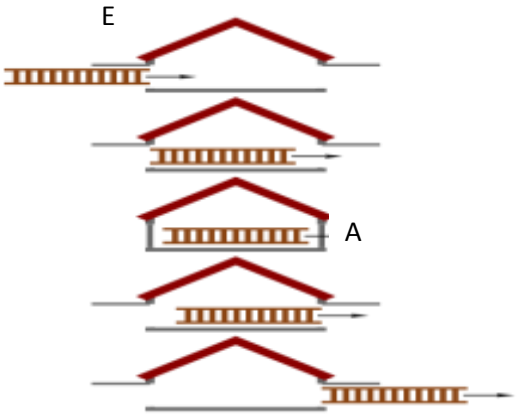
ب) مشاهده گر چه فرکانسی از پرتو نور را دریافت می کند. برای به دست آوردن این فرکانس از چه تقریبی استفاده کرده اید. این تقریب را بر اساس ویژگی های دیسک و فرکانس موج کمّی کنید.

سوال ۳) اینشتین – پودولسکی و روزن و مسئله نردبان و انبارغله

فرض کنید در سال ۱۹۳۵ میلادی دو فیزیکدان به نام های بوریس پودولسکی Boris Podolsky و ناتان روزن Nathan Rosen دو سر یک نردبان به طول ۲ متر (طول ویژه) را گرفته اند و می خواهند با سرعت v به سمت انبار غله ای حرکت کند که در ابتدای آن نقطه E اینشتین نشسته است.



طول انبار غله (طول ویژه) ۱ متر است. انتهای انبار غله دیوار مستحکمی وجود دارد (شکل زیر شماتیک است، انتهای انبار نطقه A دیوار مستحکم قرار دارد.)



الف) کمینه سرعتی را محاسبه کنید که از دید اینشتین نردبان داخل انبار غله جا بگیرد.
ب) با رسم نمودار فضا-زمان مینکوفسکی از دید اینشتین نشان دهید که چرا نردبان باید در انبار غله جا بگیرد.
ج) نمودار فضا –زمان مینکوفسکی را از دید ناتان روزن که انتهای نردبان را گرفته است را رسم کنید.
د) با محاسبه نشان دهید که چرا پودولسکی و روزن نیز باید این نتیجه را بگیرند که نردبان داخل انبار غله قرار گرفته است. اگر طول انبار غله کوچکتر از (طول ویژه)۱ متر بود آیا هنوز نردبان در داخل انبار غله با سرعت سابق v جا می گرفت؟

*** برای تفکر: پودولسکی، روزن و اینشتین در سال ۱۹۳۵ علاوه بر تلاش برای جا دادن نردبان در انبار غله فعالیت دیگری نیز انجام دادند و آن طرح آزمایش فکری /Gedankenexperiment/ در مکانیک کوانتومی بود، که به اسم متناقض نما EPR شناخته شده است. ارتباط این متناقض نما و نسبیت خاص می تواند موضوع پروژه درس باشد.**

امتحان در خانه

سوال ۱) نسبیت خاص و کهکشان *Messier 87*

کهکشان M87 یک کهکشان غول بیضوی در صورت فلکی سنبله در فاصله ۵۴ میلیون سال نوری از ما قرار دارد. از ویژگی های مهم این کهکشان وجود جت بسیار پرانرژی از پلاسما است که با سرعت نسبیتی از هسته این کهکشان تحت زاویه فضایی $d\Omega$ به سمت خارج فرستاده می شود. امتداد این جت که در شکل زیر دیده می شود از مرتبه ۵ هزار سال نوری است. به نظر می رسد که در مرکز این کهکشان ابرسیاهچاله ای وجود دارد که تلسکوپ افق تصویری از سایه آن را به دست آورده است.

با استفاده از اثر ابیراهی نشان دهید که زاویه از دید ناظر در حال حرکت با جت α_0 (زاویه ویژه) با زاویه α در دستگاه ناظر در زمین به صورت زیر با نسبت داپلر D ارتباط دارد:

$$\frac{\alpha_0}{\alpha} = \left(\frac{c+v}{c-v}\right)^{\frac{1}{2}} \equiv D$$

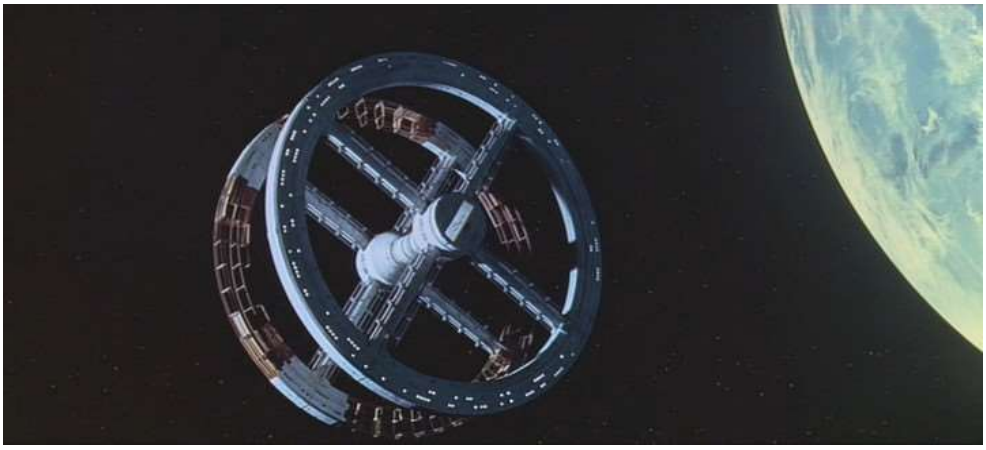
بحث کنید که چرا درخشندگی (انرژی در واحد زمان) یک منبع در حال حرکت نسبیتی ϵ ، نسبت به یک منبع ساکن ϵ_0 با توان چهار داپلر به صورت زیر رابطه دارد:

$$\epsilon = D^4 \epsilon_0$$

***جت های اخترفیزیکی حاصل از کهکشان های فعال می تواند پروژه درس نسبیت خاص باشد.**

سوال ۲) ۲۰۰۱: ادیسه فضایی استنلی کوبریک و نسبیت خاص

استنلی کوبریک در سال ۱۹۶۸ فیلم سینمایی ۲۰۰۱: A Space Odyssey را بر اساس فیلم نامه آرتور سی کلارک و خودش ساخت. در این فیلم ایستگاه فضایی را مطابق شکل می بینید که از دو چرخ بزرگ متصل به هم تشکیل شده است. ایده این ایستگاه فضایی چنین است که با چرخش حول محور عمود بر چرخ ها با شتاب گریز از مرکز جاذبه گرانشی زمین را شبیه سازی کند.



الف) تخمین بزنید که ابعاد این ایستگاه فضایی و سرعت چرخشی آن به چه میزان باید باشد؟

ب) آیا ایستگاه فضایی کوبریک دستگاه لخت است؟ در صورتی که حکم به غیر لخت بودن آن می دهید، درباره عواملی که فیزیک آن را غیرلخت می کند بحث کنید، موقعیت و ویژگی های ایستگاه چه تاثیری می تواند داشته باشد.

ج) در این قسمت با تقریب فرض کنید که ایستگاه فضایی کوبریک لخت باشد. دکتر هیوود فلویدHeywood R. Floyd شخصیت اصلی داستان، قصد دارد که از محفظه ای که دو چرخ را به یکدیگر وصل می کند به عنوان ابزاری برای جوان ماندن خود نسبت به بقیه اعضای خدمه استفاده کند. دکتر فلوید در کابینی که حرکت آن شبیه به نوسانگر هماهنگ است و در این محفظه قرار دارد وارد می شود. معادله حرکت این کابین که دو چرخ را به یکدیگر وصل می کند به صورت زیر داده می شود:

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t)$$

حاصلضرب $\beta \equiv \frac{\omega x_0}{c}$ سرعت بهنجار نوسانگر است.

الف) زمان دیفرانسیلی dt از دید ناظر خدمه ایستگاه را که در یکی از چرخ ها به عنوان ناظر ساکن قرار دارند را بر حسب $d\tau$ زمان ویژه دکتر فلوید بنویسید.

ب) با فرض کوچک بودن β میزانی را دکتر فلوید در یک دوره تناوب نسبت به خدمه جوان می ماند را محاسبه کنید.

ج) در صورتی که $\beta = \frac{1}{4}$ باشد دکتر فلوید چه زمانی را باید نوسان کند تا یک سال نسبت به خدمه جوان تر بماند؟

"I think it's rarely about what you actually learn in class . . . it's mostly about things that you stay motivated to go and continue to do on your own."

Maryam Mirzakhani press conference after winning Field's Medal | august 2014

با احترام-ثابت بانوام