دانشگاه صنعتی شریف
پاییز ۱۳۹۹

تمرین سری دوم نسبیت خاص - دکتر شانت باغرام

صبا اعتضاد رضوی
s_etezadrazavi@yahoo.com
زهرا کبیری
kabiri.zahra98@gmail.com
کوروش علامه
kuroshallame@gmail.com

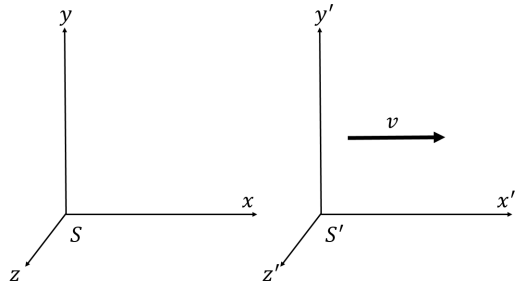
Equivalently، all you have to say is whether or not there is an upper limit on the speed of any object. If there is، then you can simply postulate the existence of something that moves with this limiting speed. In other words، to create your universe، you simply have to say، "Let there be light."
–Prologue to the first exercise، below!

-جواب تمرین ها را به ایمیل TA.baghram.1@gmail.com ارسال کنید.
-مهلت ارسال تا شنبه ۱۰ آبان ماه، ساعت ۲۳:۵۹ است.
-در صورتی که میخواهید تمرین را با تاخیر تحویل داده و از ۷ روز مجاز تاخیری خود استفاده کنید، حتما در بالای صفحه ی اول تمرین تعداد روز هایی که استفاده میکنید را واضح و خوانا بنویسید.

موضوع این سری تمرین تبدیل های لورنتز و حل مثال با استفاده از آنها است. در صورت وجود مشکل به دستیار های آموزشی درس ایمیل بزنید.

۱ سرعت بیشینه

در این تمرین قصد داریم روی منطقی بودن اصل دوم نسبیت، یعنی ثابت بودن سرعت نور بحث کنیم.
روند بدست آوردن تبدیلات خیز را به صورتی که فرض های ما واضح باشد، دنبال میکنیم. دو دستگاه در صورت بندی استاندارد مطابق شکل ۱ متصور میشویم.



شکل ۱

حال قصد داریم مختصات دستگاه S را بر حسب مختصات $S^{'}$ بنویسم. با توجه به بحث هایی که تا به حال بار های تکرار کرده ایم، قسمت نابدیهی تبدیل خیز با صورت بندی بالا به صورت زیر با ضرایب ثابت داده میشود،

$$\Delta x = A\Delta x^{'} + B\Delta t^{'}, \quad \Delta t = C\Delta t^{'} + D\Delta x^{'}. \tag{۱}$$

از این پس علامت های Δ را برای سادگی نخواهیم نوشت ولی منظور ما همواره جابه جایی ها خواهد بود.
اصل اول نسبیت به ما دیکته میکند که S و $S^{'}$ باید قوانین فیزیک را یکسان ببینند. همچنین صورت بندی بالا برای دستگاه ها هم تبدیل مارا مقید میکند. در نتیجه میتوانیم سه گزاره زیر را بپذیریم:

۱) $S^{'}$ با سرعت v نسبت به S حرکت میکند.
۲) S با سرعت $-v$ نسبت به $S^{'}$ حرکت میکند.
۳) اگر اتساع زمانی بخواهد رخ دهد، از نظر هر دو ناظر به یک صورت خواهد بود.

الف) با استفاده از سه گزاره بالا نشان دهید تبدیلات به فرم زیر تقلیل میابند،

$$x = A(x^{'} + vt^{'}), \quad t = A(t^{'} + \frac{1}{v}(1 - \frac{1}{A^2})x^{'}). \tag{۲}$$

حال V_v را به صورت زیر تعریف میکنیم،

$$\frac{1}{V_v^2} = \frac{1}{v^2}(1 - \frac{1}{A^2}) \tag{۳}$$

در این صورت تبدیل های بدست آمده در بخش الف را میتوان به صورت زیر بازنوشت،

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V_v^2}}}(x^{'} + vt^{'}), \quad t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V_v^2}}}(\frac{v}{V_v^2}x^{'} + t^{'}) \tag{۴}$$

ب) ثابت کنید V_v^2 مستقل از v است. (راهنمایی: از این استفاده کنید که دو تبدیل خیز در راستای x ، باید یک تبدیل دیگر به فرم بالا بدست دهند.)

در نتیجه تبدیلات خیز ما تنها با استفاده از اصل نسبیت به صورت زیر در آمدند،

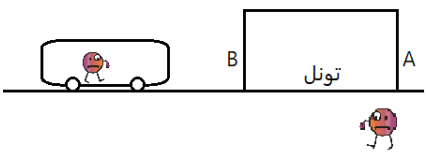
$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}(x^{'} + vt^{'}), \quad t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}(\frac{v}{V^2}x^{'} + t^{'}) \tag{۵}$$

ج) با بررسی حالات ممکن برای کمیت V^2 ($V^2 \to \infty$ ، $0 < V^2 < \infty$ ، $V^2 = 0$ و $V^2 < 0$) روی نوع تبدیلاتی که بدست می آید بحث کنید.

همانطور که در تمرین قبل دیدید یکی از حالات $0 < V^2 < \infty$ بود. اگر در زمان اینشتین الکترودینامیک مکسول را در کنار استدلال بالا قرار دهیم، یک سرعت محدود و ثابت از دل مشاهدات ما بیرون می آید که سرعت نور است. در این صورت به طور منطقی می توان تبدیلات خیز مربوط به فیزیک را بدست آورد و وجود یک سرعت محدود آنقدر هم غیر شهودی بنظر نخواهد آمد.

۲ قطار و تونل

یک قطار با طول همراه L به سمت تونلی با طول همراه L حرکت می‌کند. سرعت قطار v است. یک بمب در جلوی قطار قرار دارد که هرگاه از دیواره A عبور کند منفجر می‌شود. یک سیستم غیرفعال‌سازی در عقب قطار قرار دارد که وقتی از دیواره B عبور می‌کند یک پیام نوری به بمب می‌فرستد که غیرفعال شود.



شکل ۲

الف) از دید ناظر داخل قطار بگویید آیا بمب منفجر می‌شود؟
ب) به سوال قبل از دید ناظر روی زمین پاسخ دهید.
اگر جواب بخش (الف) با (ب) شما متفاوت است باید بگویم که چنین چیزی امکان ندارد چرا که منفجر شدن یک بمب یک رویداد فیزیکی است که نمی‌تواند در یک چهارچوب رخ دهد و در چهارچوب دیگر رخ ندهد. حالا با توجه به این قضیه سعی کنید شرایط را در بخش ب توصیف کنید.
راهنمایی: پیام غیرفعال‌سازی با سرعت نور فرستاده می‌شود پس کمی طول می‌کشد تا به بمب برسد.

۳ نوترون های کیهانی

امواج کیهانی ذراتی در فضای میان ستاره ای هستند که وارد اتمسفر ما شده و بارانی از ذرات ثانویه میسازند که توسط آشکارساز ها روی زمین دیده میشوند.

تصور میشود که امواج کیهانی شامل پروتون ها و نوترون ها باشند و بارانی که توسط هریک از این دو تولید میشود قابل تشخیص از یکدیگر است.

در سال های پیش پدیده ی عجیبی دیده شد. به نظر میرسید که ذران کیهانیی که بارانی از ذرات شبیه باران پروتون ها اینجاد میکند از یک منبع ناشناخته در آسمان به نام Cygnus-X3 به زمین میرسد.

دلیل عجیبی این مشاهده این بود که این ذرات روی مسیر هایی که یک پروتون که از Cygnus-X3 می آید، تحت میدان های الکترومغناطیسی میان ستاره ای باید حرکت کند حرکت نمی کرد. به نظر میرسید که ذره ی دیگری که ویژگی های زیر را دارد باید عامل تشکیل دهنده ی این پرتو های کیهانی باشد:

1 - برهمکنش ها و واپاشی این ذرات باید از کانال قوی هسته ای باشد که بتواند بارانی از ذرات با ویژگی باران مربوط به پروتون ها ایجاد کند.

2 - این ذرات باید از نظر الکتریکی خنثی باشند که مسیر حرکتشان تحت تاثیر میدان های مغناطیسی میان ستاره ای قرار نگیرد.

3 - طول عمر این ذرات باید به مقدار کافیی باشد که بتوانند در طول مدت عمر خود از Cygnus-X3 به زمین برسند.

یک کاندید واضح که دو شرط اول را دارا است نوترون ها با طول عمر $885.7 \pm 0.8s$ هستند.

۱.۳ الف)

فرض کنید فاصله ی زمین تا Cygnus-X3 ، ۱۰۰۰۰ سال نوری است. سرعت کمینه ای که یک نوترون باید داشته باشد تا در طول عمر خود از Cygnus-X3 به اتمسفر زمین برسد چقدر است؟

۲.۳ ب)

در آن زمان فاصله تا Cygnus-X3 به خوبی شناخته شده نبود، اما آزمایش های فاکتور γ مربوط به ذرات پرتو های کیهانی آمده از این منبع را $\gamma \leq 10^{10}$ تخمین زده بودند. Cygnus-X3 تقریبا چه مقدار باید دور باشد تا نوترون ها بتوانند ذرات تشکیل دهنده ی این تابش کیهانی عجیب باشند؟