

# تقریبات نسبت عام (مدری نمودار)

1. نشان دهید اگر  $a, b \in \mathbb{R}^3$  باشند، آنگاه ضرب خارجی آن با هم در آن جهت  $(a \wedge b) * \text{نشان}$
2. اگر در مختصات کروی  $\theta = \theta_0$  را در نظر بگیریم، یک مخروط ایجاد می شود که یک فضای 2-بعدی است با پارامترهای  $(\phi, \theta)$ .

الف) با نوشتن (۲) خط معادلات (ولیر لاکرانجر) را بدست آورید.

ب) معادله مخروط را متودزیک را بدست آورید، و نشان دهید اگر این مخروط با برشش به یک صفحه تبدیل شود معادله کروی، معادله یک خط راست.

راههای: از ترکیب معادلات ولیریک معادله دیرامنیل  $(r, \phi)$  بدست آورده و با حل آن، جواب خواهی رسید.

3. نشان دهید از معادله ماکولی  $J^{\mu\nu} = J^{\mu\nu}$  می توان نتیجه گرفت  $J^{\mu\nu} = 0$ .

4. تانسور "stress-energy" برای میدان اسکالر را در نظر بگیرید:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} (\phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi_{,\alpha} \phi^{,\alpha}) + V(\phi) g_{\mu\nu}$$

الف) گویای انرژی و فشار را برای این میدان بنویسید.

ب) معادله حرکت را از طریق  $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$  برای این میدان بدست آورید.

5. در مختصات کروی تانسور انحنا ریچی و اسکالر ریچی را حساب کنید.

6. ~~تبدیل~~ "conformal" تبدیل است که زاویه بین ۲ بردار فقط استوار.

الف) نشان دهید تبدیل  $\bar{g}_{\mu\nu}(x) = \Omega(x) g_{\mu\nu}(x)$  "conformal" است.

ب) مختصات ناظر متناظر (با کتاب کوب) را قبلاً بررسی کرده اند:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{a} e^{a\eta} \sinh(a\xi) \\ t = \frac{1}{a} e^{a\eta} \cosh(a\xi) \end{cases}$$

نشان دهید تحت تبدیل مختصات  $(\xi, \eta) \rightarrow (x, t)$  متریک

"conformally flat" است. (یعنی:  $\bar{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 \eta_{\mu\nu}$ )