# تمرین سری سوم الکترومغناطیس ۲ ـ بهار ۱۴۰۱

دکتر شانت باغرام

---

## سوال ۱

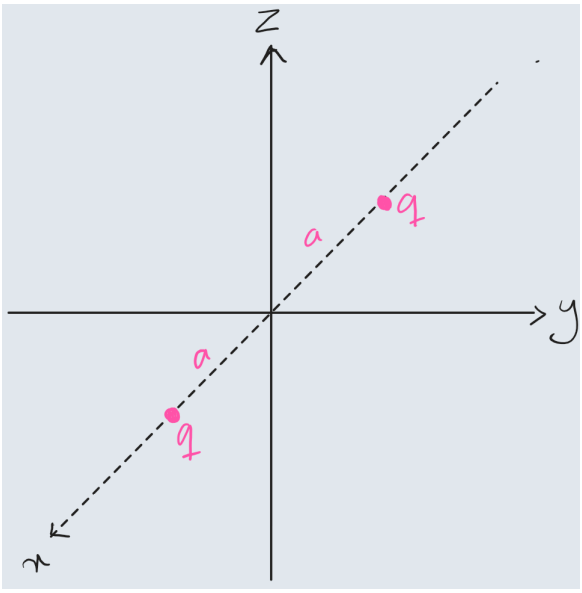
سیمی طویل به شعاع R در نظر بگیرید که دو سر آن را به یک منبع ولتاژ ثابت V وصل کرده ایم و جریان الکتریکی I در سیم جریان دارد.

الف) بردار پویین تینگ را در داخل سیم در فاصله r از محور بدست آورید.

ب) شار انرژی خروجی در سطح سیم را محاسبه کنید. نتیجه را با گرمای اتلافی در سیم مقایسه کرده و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید

## سوال ۲

دو بار همنام q مطابق شکل ۱ به فاصله ی ۲a از هم قرار گرفته اند. در این پیکربندی صفحه ی y-z به فاصله a از هر کدام از بارها قرار گرفته است. حال ابتدا تانسور تنش ماکسول را بر روی این صفحه بدست آورید و در نهایت با انتگرال گیری از تانسور تنش ماکسول نیرویی که یکی از بارها بر دیگری وارد میکند را بدست آورید.

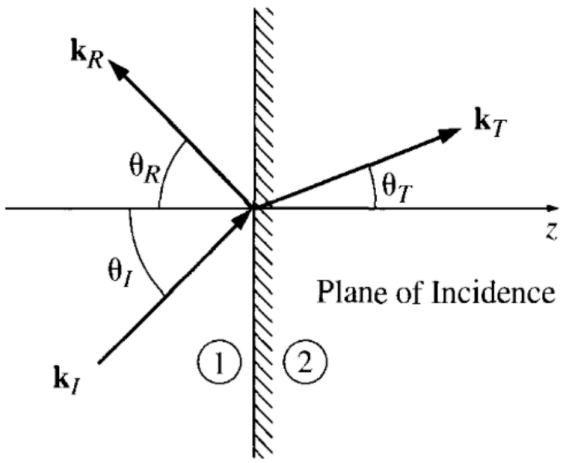



شکل ۱: شکل سوال دو

## سوال سوم

.دو محیط الکترومغناطیسی خطی با ضرایب گذردهی و تراوایی $\mu_1, \epsilon_1$ در چپ و $\mu_2, \epsilon_2$ در راست مطابق شکل ۲ در نظر بگیرید. موجی تخت به عنوان موج فرودی $\vec{\tilde{E}}_I e^{i(\vec{k}_I.\vec{r}-\omega t)}$ از محیط اول به مرز دو محیط تابیده می شود و موج تخت $\vec{\tilde{E}}_T e^{i(\vec{k}_T.\vec{r}-\omega t)}$ از سطح بازتاب شده و موج تخت $\vec{\tilde{E}}_R e^{i(\vec{k}_R.\vec{r}-\omega t)}$ به داخل محیط دوم وارد می شود که

طبیعتاً دو موج اخیر تابع موج فرودی هستند. ) میدان های متناظر مغناطیسی $\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{\hat{k}}{C} \times \vec{\tilde{E}}(\vec{r},t)$ هر کدام از امواج نیز وجود دارند که c سرعت نور در محیط می باشد .




شکل ۲: شکل سوال ۳

الف) شرایط مرزی حاکم بر میدان های الکتریکی و مغناطیسی در مرز را بنویسید.

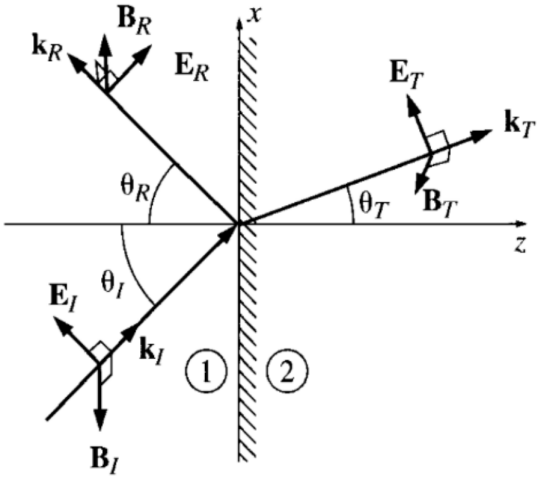
ب) نشان دهید بردار های موج فرودی، بازتابیده و تراگسیلیده تشکیل صفحه ای می دهند که شامل بردار عمود بر سطح نیز می باشد.

ج) نشان دهید قانون بازتاب و همینطور قانون شکست اسنل نیز برقرار است.

د) بردار شار انرژی (پویین تینگ) را دو طرف مرز حساب کرده و نشان دهید که تصویر آنها در راستای عمود بر مرز دو طرف یکی است.(همانقدر که انرژی وارد میشود از طرف دیگر خارج می شود.)

ه) حال فرض کنید که قطبش فرودی در صفحه z-x (مطابق شکل ۳) می باشد. کسر انرژی بازتاب شده و داخل شده را تابع زاویه فرود $\theta_1$ بدست آورید.

و) قسمت قبل را حال با این فرض که بردار قطبش در راستای y می باشد، انجام دهید .




شکل ۳: شکل سوال ۳

## سوال چهارم

در سوال قبل امواج در محیط هایی بدون بار آزاد و جریان آزاد منتشر می شدند که برای موادی چون شیشه، آب خالص و ... کاملا منطقی است. اما برای محیط هایی مثل آب دریا یا فلز که رسانندگی دارند از کنترل جریان های الکتریکی عاجزیم و $\vec{j}_f$ عموماً صفر نیست. قانون اهم را ( $\vec{j}_f = \sigma \vec{E}$) رابط بین میدان ها و این جریان در نظر بگیرید.

الف) معادلات ماکسول را بازنویسی کنید.

ب) با استفاده از معادله پیوستگی، برای $\rho_f$ معادله دیفرانسیلی بدست آورده و با حل آن تابعیت زمانی چگالی بار آزاد را بدست آورید.

ج) معادله موج نظیر این محیط را برای E و B بدست آورید.

د) به عنوان جواب موج تختی که در راستای z منتشر می شود و میدان الکتریکی آن در راستای x است را در معادله موج امتحان کنید و رابطه عدد موج $\tilde{k}$ با فرکانس $\omega$ (رابطه پاشندگی) را بدست آورید. (توجه کنید که معادله شما در حالتی که رسانندگی صفر است باید جواب آشنای محیط عایق را بدهد.)