1, سرکت گروه - ناز پیوست تمرین دوم سال تحصیلی ۹۸/۹۹ تعالی تحصیل ۲

ادامه تفاوت سرعت گروه از سرعت فاز توسط W.R. Hamilton در سال 1839 طرح شد و توسط Rayleigh در "نظریه صوت" در سال 1877 آن را بسط داد.

اگر محیطی داشته باشیم با ضریب شکست n، طول موج خلاء λ_0، طول موج در محیط λ و

$$(1)\quad \lambda_0 = \frac{c}{f} \;;\; \omega = 2\pi f_0 \;;\; \lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$$

f ← frequency
ω ← ang. velocity

از طرف دیگر

$$(2)\quad \lambda = \frac{2\pi}{K} \;;\; \frac{\omega}{K} = v_p \;;\; \lambda = \frac{2\pi v_p}{\omega}$$

λ ← طول موج در محیط
K ← عدد موج
v_p ← phase velocity

ضریب شکست محیط برابر است با

$$(3)\quad n \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v_p}$$

v_p ← phase velocity

حال به بررسی حرکت گروه را در محیط با ضریب شکست n می‌پردازیم.

2/

(4) $$\omega = v_p K = \frac{c}{n} K \rightarrow \omega n(\omega) = cK$$

(5) diff. $$d\omega\, n(\omega) + \frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega} \omega\, d\omega = c\, dk$$

$$d\omega \left(n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) = c\, dk$$

(6)
$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega}} = \frac{c}{n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}} = \frac{c}{n} \left(1 - \frac{\lambda_0}{n} \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}\right)^{-1}$$

(7)
$$v_g \simeq v_p + \frac{\lambda_0 v_p}{n} \frac{\partial n}{\partial \lambda_0} = v_p + \frac{\lambda_0 v_p}{n} \frac{\partial n}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda_0}$$

$$c\tilde{\nu} = \frac{n}{v_p}$$

$$v_g \simeq v_p \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{\partial n}{\partial \lambda}\right) = v_p - \lambda \frac{\partial v_p}{\partial \lambda}$$

$$v_g = v_p + K \frac{\partial v_p}{\partial K}$$

- Schweinsberg A et al. (2005) Europhysics Letters 73 (2): 218-224
- Gehring G.M. et al (2006) Science 312 (5775): 895-897