به نام خدا

جلسه هفدهم

استاتیک سیالات :

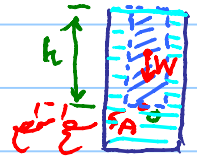
- سیالات مواد هستند از نوع برشی (≡ شاره ی برشی) تحمل نمی کنند ؛ این مواد تحت نیروی برشی به صورت سیالات تغییر شکل می دهند.

* هیدرواستاتیک : علم بررسی مایعات در حال تعادل

- فشار : اندازه ی نیروی عمودی وارد بر سطح را گویند ؛ (فشار کمیتی اسکالر است !)

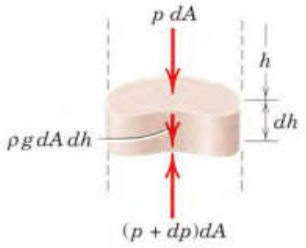
- اصول مهم در هیدرواستاتیک :

1) فشار در عمق h از یک مایع در حال تعادل ، برابر است با وزن ستونی از مایع که بر فراز آن نقطه قرار گرفته است تقسیم بر سطح مقطع واحد.



$$P_0 = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho A h g}{A} \Rightarrow P_0 = \rho g h$$

- نکاه دقیق تر به موضوع :



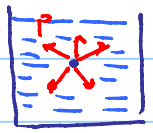
تعادل نیروها در جهت قائم : $p\,dA + \rho g\,dA\,dh - (p + dp)\,dA = 0$

$$\Rightarrow \boxed{dP = \rho g\,dh}$$

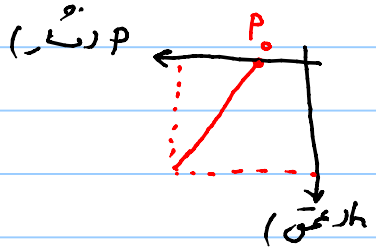
- این فشار به شکل خود و سطح اطراف تنش وارد نموده و تنها تابع مایع ، وزن و عمق مایع است.

2) عامل انتقال مایعات بین دو نقطه (با فرض بودن ارتفاع و جنس آن) اختلاف فشار بین آن دو نقطه است.

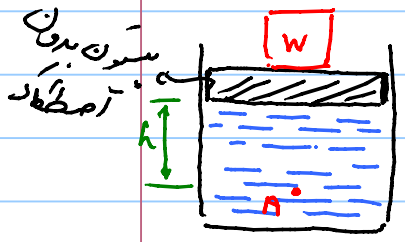
3) فشار در هر نقطه‌ی دلخواه از یک مایع در تمام جهات وجود داشته و در تمام جهات یکسان است. (!)



4) نمودار :

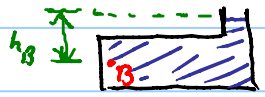


5) اصل پاسکال : فشار اضافی وارد شده به هر مایع محصور، بی‌هیچ کاستی به تمام نقاط آن مایع منتقل می‌شود. (چنین مایعاتی را می‌توان با تقریب بسیار خوبی تراکم ناپذیر فرض کرد !)



$P_A = P_0 + P_1 + \rho g h$ طبق

$P_1 = \frac{W}{A_{وزنه}}$

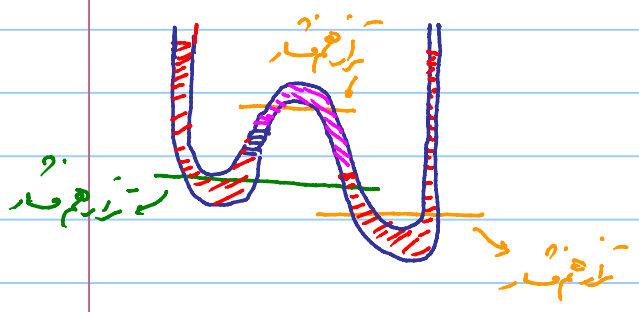


$P_B = P_0 + \rho g h_B$

6) برآیند فشار : نکات هندسی تقاطع از مایع در دارای فشار یکسان هستند.

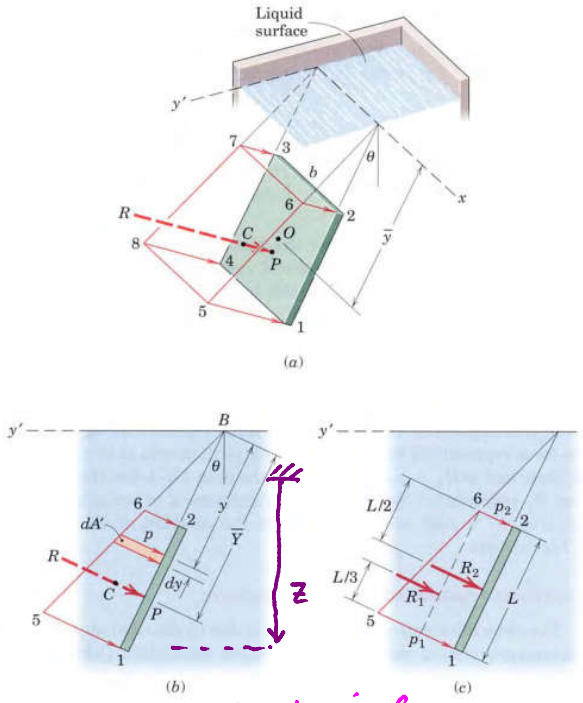
* هر خط افقی درون یک مایع ساکن در حال سکون، یک برآیند فشار است.

- حالت خاص : سطح آزاد هر مایع در حال تعادل، برآیند فشار ! افقی است. (نتیجه: سطح آزاد مایعات در حال تعادل، همواره موازی سطح افق است !)



۷) هرگاه فشار در یک نقطه از یک مایع را بدانیم، فشار در هر نقطه دیگر آن مایع را خواهیم دانست!!

* تکنیک حل مسائل استاتیک سیالات



① رسم توزیع فشار به صورت یک بار گسترده

و معادل‌سازی این بار با یک نیروی متمرکز معادل در محل مناسب

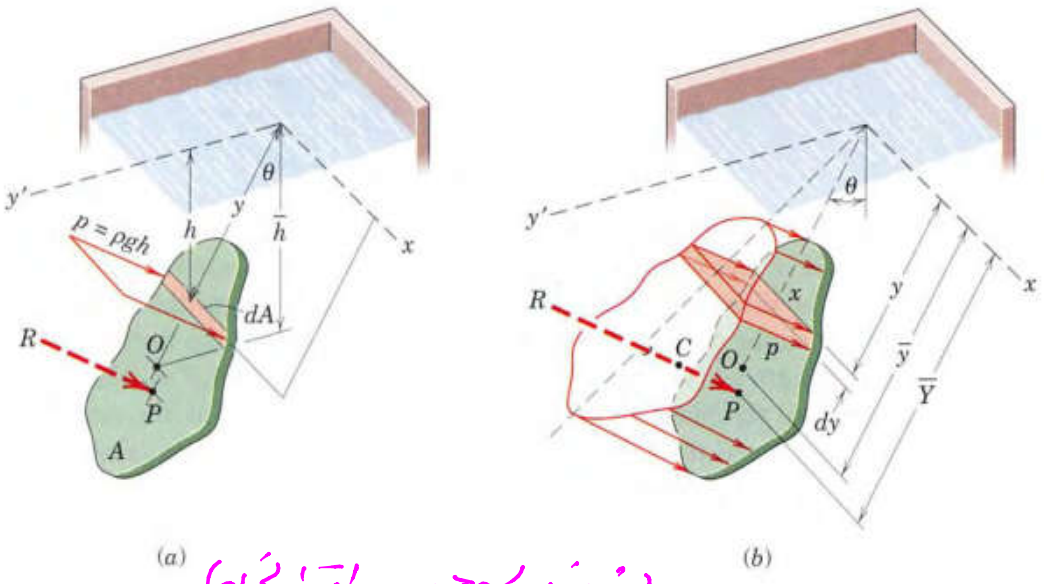
حجم زیر نمودار توزیع فشار $\equiv R_{\text{معادل}} = \iint_A p(z)\,dA$

$R_{\text{معادل}} \cdot \bar{Y} = \iint_A y\,p(y)\,dA \Rightarrow \bar{Y}$ ✓

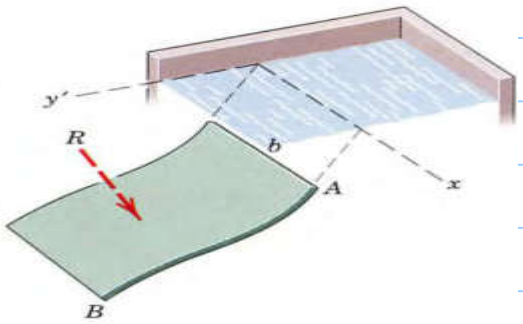
گشتاور نیروی گسترده حول یک نقطه دلخواه

($\bar{Y}$: مرکز حجم نمودار توزیع فشار)

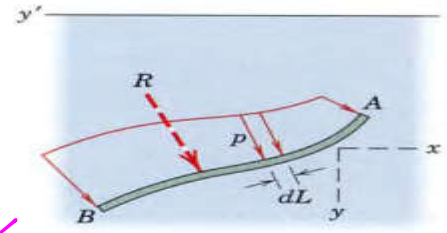
(سطوح مستطیلی)



(سطوح هموار با سطح متقطع دلخواه)

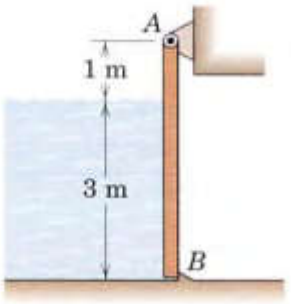


(a)



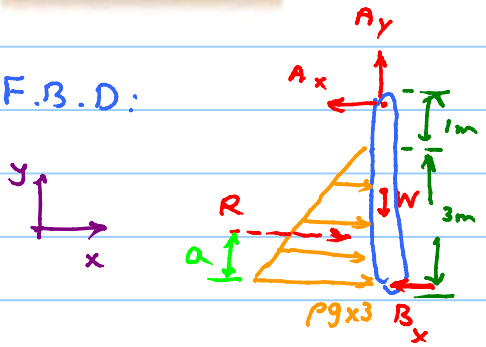
(نیروی وارد بر سطوح منحنی با سطح آزاد مایع)

مثال: دیواره‌ی مستطیل شکل، به عرض 6m باشد، نیروی آبی وارد شده به آن در نقطه‌ی B از طرف راست چقدر است؟



$\rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3}$

F.B.D دیواره:



عرض دیواره × مساحت توزیع فشار = حجم توزیع فشار = R

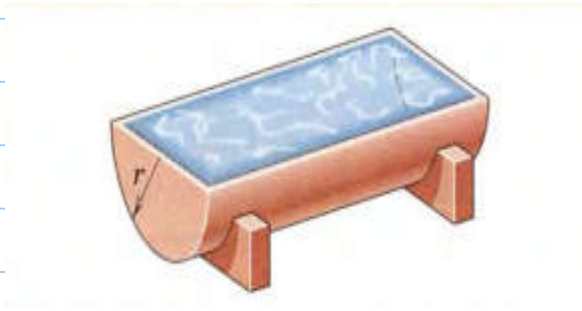
$\Rightarrow R = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\rho g\right) \times 6 \Rightarrow R = 265\ kN$

a = فاصله‌ی مرکز سطح توزیع فشار = مرکز حجم توزیع فشار = $\frac{1}{3} \times 3 = 1m$

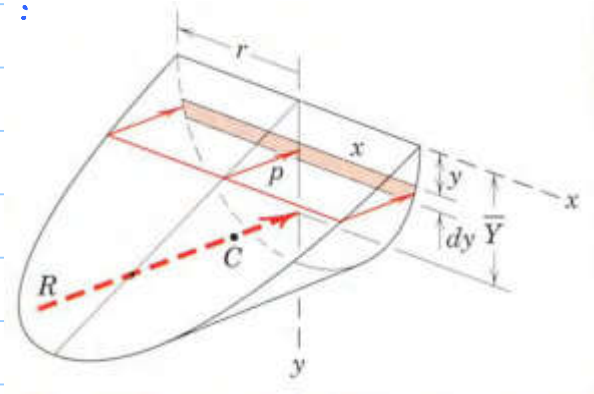
$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_x \times 4 = R(4-a) \Rightarrow B_x = 198.7\ kN$

$4 - a = 1m$

مثال: در شکل زیر، نیروی معادل وارد شده و محل آن را از طرف سیال ساکن درون تانک بر دیواره‌ی نیم دایره‌ای شکل آن می‌یابید.



حل:



$$R = \iint_A p\,dA = \int_0^R (\rho g y)(2x\,dy)$$

$$= \int_0^R (\rho g y)\left(2\sqrt{r^2-y^2}\,dy\right)$$

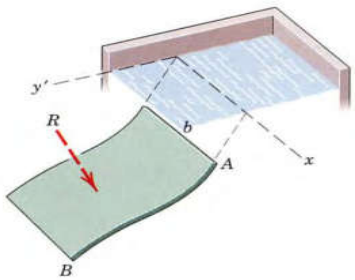
$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{2}{3}\rho g r^3} \quad (\text{چرا؟!})$$

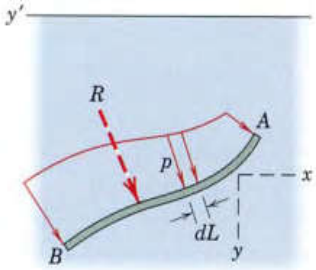
$$R\bar{Y} = \int_0^R y\,dR = \int_0^R y\left((\rho g y)\left(2\sqrt{r^2-y^2}\right)\right)dy \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3}\rho g r^3 \bar{Y} = \int_0^R 2g\rho\, y^2\sqrt{r^2-y^2}\,dy = \frac{\rho g r^4}{4}\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\bar{Y} = \frac{3\pi r}{16}}$$

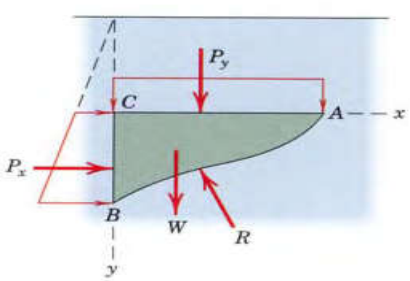
(چرا؟!!)

② در تحلیل قسمتی از سیال به عنوان مجموعه جسم و جدا کردن آن بخش از سیال از محیط اطراف و رسم F.B.D:

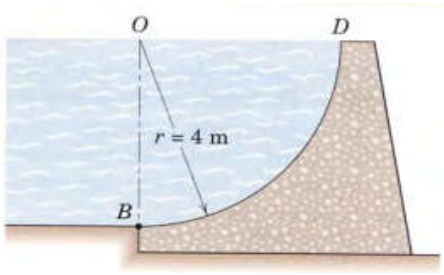




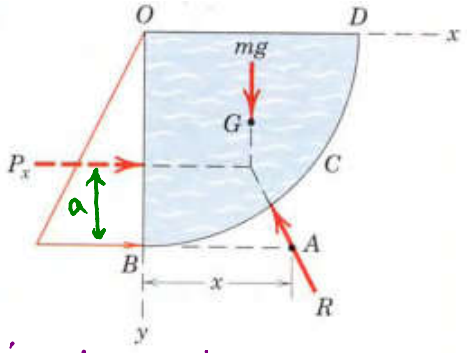
≡



مثال: در شکل مقابل، نیروی معادل از طرف سیال به سد و محل اثر آن را بیابید. (عرض سد، متر ثابت است)



- حل از شیوه دوم:



$$\begin{cases} P_x = \frac{1}{2} r \cdot \rho g r \cdot b \Rightarrow P_x = \rho g b \frac{r^2}{2} \\ a = \frac{r}{3} \end{cases}$$

جسم مورد نظر ساکن است. بنابراین اندازه نیروی سوم وارد بر سطح R، از محل تقاطع دو نیروی دیگر P_x و mg می‌گذرد و مقدار آن هم از معادلات تعادل قابل دست یابی است.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P}_x + mg(-\hat{j}) = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{R} = -P_x \hat{i} + mg \hat{j}}$$

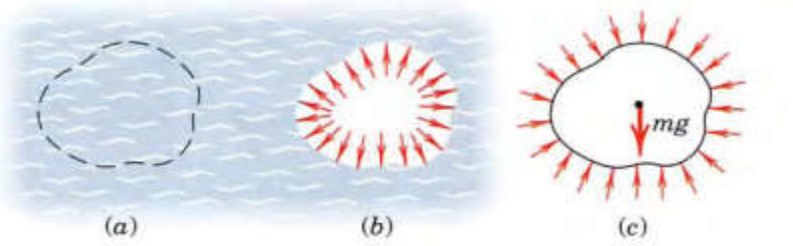
$$|R| = \sqrt{P_x^2 + (mg)^2}$$

- محل اثر R را بیابید. (زاویه θ را هم حساب کنید)

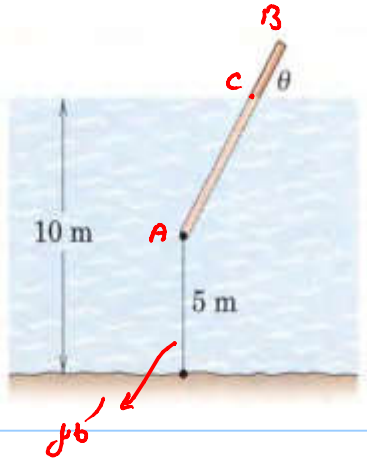
- آیا می‌شود این مسئله را با شیوه اول حل کرد.

③ نیروی شناوری (Buoyancy) :

- اگر جسمی با حجم V، درون سیالی به چگالی ρ قرار گیرد، نیروی به اندازه‌ی $F_b = \rho g V$ سیال جابه‌جا شده از طرف سیال به آن وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری می‌گویند.

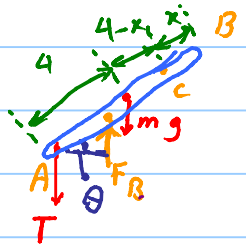


مثال : در شکل زیر، میله‌ی استوانه‌ای شکل یکنواخت AB به طول 8m و قطر مقطع 0.2m و جرم 200kg، توسط کابل در تعادل قرار دارد. زاویه‌ی تعادلی θ و طول BC را بیابید.



حل : ③

F.B.D :



$$F_B = \rho g V = \rho g \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)(8-x) \Rightarrow F_B = 1000 \times 9.81 \times \pi \times (0.1)^2 (8-x)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_B = 308.19(8-x)}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -200 \times 9.81 \times 4\cos\theta + 308.19(8-x) \times \frac{8-x}{2}\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0.86\,m} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8-0.86}\right) \Rightarrow \boxed{\theta = 44.5^\circ \equiv 0.78\ rad}$$