

تابع موج باریونی

$$\Psi(\text{کل}) = \Psi_1(\text{spin}) \Psi_2(\text{isospin}) \underbrace{\Psi_3(\text{space})}_{l=l'=0} \Psi_4(\text{color})$$

مکان

تابع موج اسپینی: مانند ذره اسپین $\frac{1}{2}$ داریم. برای جمع اسپین‌ها

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \vec{S}_a$$

$$\vec{S}_{\text{کل}} = \vec{S}_3 + \vec{S}_a$$

$$S_a = 0, 1$$

$$S_a = 0 \quad \& \quad S_3 = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$S_a = 1 \quad \& \quad S_3 = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \text{ for } s = \frac{1}{2}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2} \text{ for } s = \frac{3}{2}$$

$ \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle = \uparrow\uparrow\uparrow\rangle$	}	total symmetry
$ \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\rangle = \left(\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + \uparrow\downarrow\uparrow\rangle + \downarrow\uparrow\uparrow\rangle \right) \frac{1}{\sqrt{3}}$		هر دو ذره ای را با هم جابجا کنیم متغیر تابع موج اسپینی تغییر نمی‌کند
$ \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (\uparrow\downarrow\downarrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow)$		= Ψ_s
$ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle = \downarrow\downarrow\downarrow\rangle$		
$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)$	}	Antisymmetry
$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \downarrow = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\uparrow\downarrow)$		under $1 \leftrightarrow 2 = \Psi_{12}$
$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \uparrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)$	}	Antisymmetry
$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \downarrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\downarrow\uparrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow)$		under $2 \leftrightarrow 3 = \Psi_{23}$

• در مورد Ψ_s تابع موج اسپینی کامل متقارن است و اسپین کل $S = \frac{3}{2}$ است (مانند Baryon Decuplet)

• در مورد Ψ_{12} و Ψ_{23} تابع موج اسپینی به ترتیب تحت $1 \leftrightarrow 2$ و $2 \leftrightarrow 3$ با هم متقارن است و اسپین کل $S = \frac{1}{2}$

↳ Baryon Octet

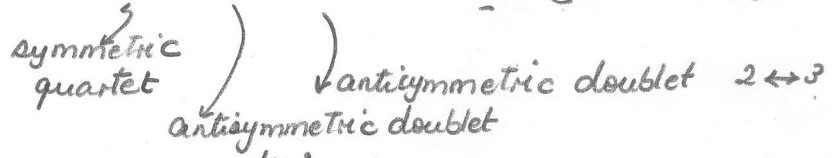
در واقع در دسته دیگری داریم که تابع موج تحت $1 \leftrightarrow 3$ با هم متقارن است و اسپین کل مساوی $\frac{1}{2}$

$$\Psi_{13} = \begin{cases} |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \rightarrow |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle_{13} = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle_{12} + |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle_{23} \\ |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow) \rightarrow |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{13} = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{12} + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle_{23} \end{cases}$$

در حالت ψ_{13} را می توان از ترکیب خاص (حالت) $\psi_{23} + \psi_{12}$ بدست آورد. به این ترتیب ψ_{13} مستقل از ψ_{23} و ψ_{12} نیست.

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 + 2 + 2$$

در نظر گرفته شده به اصطلاح داریم



Direct product of 3 fundamental representation (i.e. 2 dim Representation) of $SU(2)$ decomposes into the direct sum of a 4-dim representation and two 2-dim representation.

ψ_2 (isospin)

تابع برج طعم:

مادر اینجا خوردمان را که در می بینیم به سه نوع طعم (u, d, s) و به این ترتیب $3^3 = 27$ حالت ممکن برای ترکیب طعم ها وجود دارد که می توانند بصورت مقادیر یا پارامترها

strangeness ψ_s (isospin) $\rightarrow |I, I_3\rangle$ کما اینکه مقادیر کمی جایگزینی طعم ها

- 1) $|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle = |ddd\rangle \quad \Delta^-$
- 2) $|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (ddu + dud + udd) \quad \Delta^0$
- 3) $|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (udd + udu + duu) \quad \Delta^+$
- 4) $|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle = |uuu\rangle \quad \Delta^{++}$

5) $|1, -1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (dds + dsd + sdd) \quad \Sigma^{*-}$

6) $|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (uds + sud + dsu + usd + sdu + dus) \quad \Sigma^{*0}$

7) $|1, +1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (uus + usu + suu) \quad \Sigma^{*+}$

8) $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (dss + sds + ssd) \quad \Xi^{-*}$

9) $|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (uss + sus + ssu) \quad \Xi^{*+}$

10) $|0, 0\rangle = |sss\rangle \quad \Omega^-$

$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{6}} (uds + sud + dsu - usd - sdu - dus)$$

کما اینکه مقادیر کمی جایگزینی هر دو طعم $s \leftrightarrow u \leftrightarrow d$

$$\psi_{12} \quad |I, I_3\rangle$$

با متمایز تکت
 $u \leftrightarrow d$
 $S=0$

$$(1) \quad |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = (ud - du) \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle = (ud - du) \frac{u}{\sqrt{2}}$$

antisym
 $u \leftrightarrow s$
 $d \leftrightarrow s$

$$(3) \quad |1, -1\rangle = (ds - sd) \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$(4) \quad |1, 0\rangle = \frac{1}{2} ((us - su)d + (ds - sd)u)$$

$S=-1$

$$(5) \quad |1, +1\rangle = (us - su) \frac{u}{\sqrt{2}}$$

Antisym
 $d \leftrightarrow s$
 $S=-2$

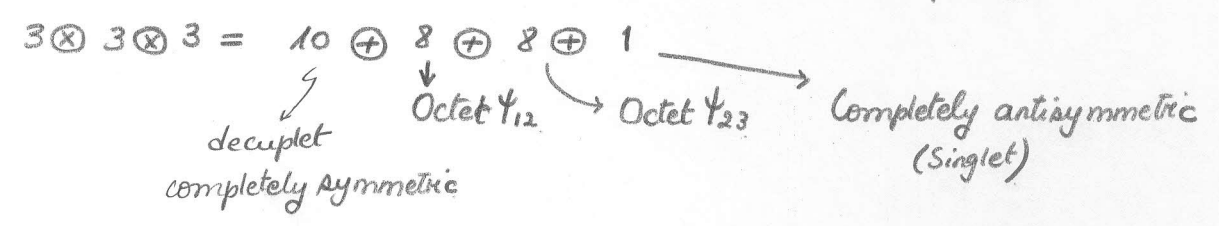
$$(6) \quad |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = (ds - sd) \frac{s}{\sqrt{2}}$$

$$(7) \quad |\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle = (us - su) \frac{s}{\sqrt{2}}$$

$$(8) \quad \psi_a : \quad (2(ud - du)s + (us - su)d - (ds - sd)u) \frac{1}{\sqrt{12}}$$

کامل پارامتریک تکت $1 \leftrightarrow 3, 2 \leftrightarrow 3, 1 \leftrightarrow 2$

همین ترتیب می توان ψ_{23} را ساخت. در ضمن $\psi_{13} = \psi_{23} + \psi_{12}$



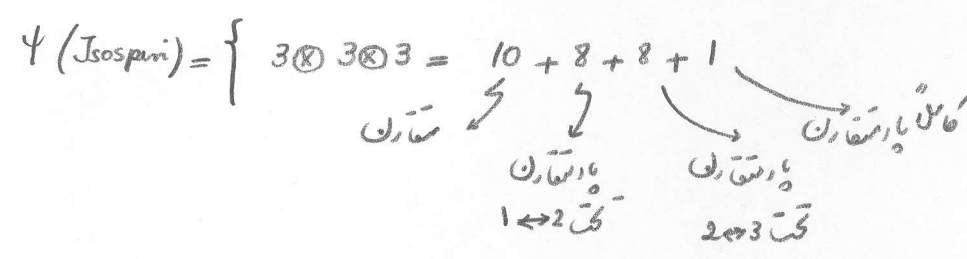
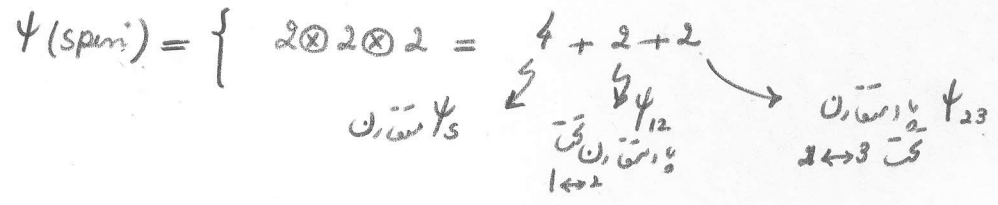
تایم بچ رنگ: $r = \text{red}$, $g = \text{green}$, $b = \text{blue}$ برای هر قسم داریم

در اختیار داریم. لیدر خواهیم دید که تنها حالت بی زبری ترکیب رنگ حالت کامل پارامتریک است (singlet)

$$\psi_a(\text{color}) = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb - rbg + brg - bgr + gbr - grb)$$

در ضمن می دانیم که بار باریون زنی در این حالت نداشتیم.

$\psi(\text{color}) = \text{singlet} \rightarrow$ کامل پارامتریک خل ص:



$$\psi_{\text{کل}} = \underbrace{\psi(\text{space})}_{l=l'=0} \psi(\text{spin}) \psi(\text{flavor}) \underbrace{\psi_2(\text{color})}_{\text{ذره بارونی از نظر رنگ خنثی است}}$$

$\psi_{\text{antisymmetric}}$

از آنجا باید بارونی تمام
فرمون هستند پس تابع
برج آن باید کامل
بار متعادل باشد
حالی که هر یک از ذره
ساختار

$$\psi_{\text{space}} \times \psi(\text{color}) = \text{متوازن} \times \text{بار متعادل} = \text{بار متعادل}$$

$$\Rightarrow \psi(\text{spin}) \times \psi(\text{flavor}) = \text{متوازن}$$

حالا در اصل از وقت تابع برج بارونی بار متعادل می شود

$$\begin{array}{cc} \psi(\text{spin}) & \psi(\text{isospin}) \\ \downarrow & \downarrow \\ \psi_S(\text{spin}) & \psi_S(\text{isospin}) \\ \psi_{12}(\text{spin}) & \psi_{12}(\text{isospin}) \\ \psi_{23}(\text{spin}) & \psi_{23}(\text{isospin}) \\ & \psi_4(\text{isospin}) \end{array}$$

تنها راهی که می توان انتخاب کرد این است که

$$\psi_S(\text{spin}) \psi_S(\text{isospin}) = \text{متوازن} \times \text{متوازن} = \text{متوازن} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \psi_{12}(\text{spin}) \\ \psi_{23}(\text{spin}) \end{cases} \times \begin{cases} \psi_{12}(\text{isospin}) \\ \psi_{23}(\text{isospin}) \\ \psi_4(\text{isospin}) \end{cases} = \text{بار متعادل} \times \text{بار متعادل} = \text{متوازن} \quad (2)$$

نیستی است

$$\psi_S(\text{spin}) \psi_S(\text{isospin}) = \text{Baryon decuplet} \quad (a)$$

$$J^P = \frac{3}{2}^+$$

$$\psi_{12}(\text{spin}) \psi_{12}(\text{isospin}) \text{ یا از حالت دیگر } \text{Baryon octet} \quad (b)$$

$$\psi_{23}(\text{spin}) \psi_{23}(\text{isospin}) \text{ یا از حالت دیگر}$$

استفاده کنیم دریا از ترتیب مشخص زیر

$$\psi(\text{baryon octet}) = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\psi_{12}(\text{spin}) \psi_{12}(\text{isospin}) + \psi_{23}(\text{spin}) \psi_{23}(\text{isospin}) + \psi_{13}(\text{spin}) \psi_{13}(\text{isospin}) \right)$$

به این ترتیب جواب نهایی می باشد $1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3$ متوازن است.

شکل ۱: تابع موج Δ^+ را در حالت $m_j = -\frac{1}{2}$ ببینید:

$$\begin{aligned}
 & |\Delta^+; J = \frac{3}{2}, m_j = -\frac{1}{2}; I = \frac{3}{2}, I_3 = +\frac{1}{2} \rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\uparrow\downarrow\downarrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow) \frac{1}{\sqrt{3}} (uud + udu + duu) \\
 &= \frac{1}{3} (u(\uparrow)u(\downarrow)d(\downarrow) + u(\downarrow)u(\uparrow)d(\downarrow) + u(\downarrow)u(\downarrow)d(\uparrow) \\
 &\quad + u(\uparrow)d(\downarrow)u(\downarrow) + u(\downarrow)d(\uparrow)u(\downarrow) + u(\downarrow)d(\downarrow)u(\uparrow) \\
 &\quad + d(\uparrow)u(\downarrow)u(\downarrow) + d(\downarrow)u(\uparrow)u(\downarrow) + d(\downarrow)u(\downarrow)u(\uparrow)) \\
 &\quad \text{احتمال اینکه مثلاً } u(\downarrow)d(\uparrow)u(\downarrow) \text{ باشد } \frac{1}{9} \text{ است.}
 \end{aligned}$$

شکل ۲: تابع موج پروتون با اسپین u_p و $m_j = \frac{1}{2}$ را ببینید:

$$\begin{aligned}
 & |P; J = \frac{1}{2}, m_j = +\frac{1}{2}; I = \frac{1}{2}, I_3 = +\frac{1}{2} \rangle \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{3} (\psi_{12}(s)\psi_{12}(f) + \psi_{23}(s)\psi_{23}(f) + \psi_{13}(s)\psi_{13}(f)) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{3} (\psi_{12}(s)\psi_{12}(f) + \psi_{23}(s)\psi_{23}(f) + (\psi_{12}(s) + \psi_{23}(s))(\psi_{12}(f) + \psi_{23}(f))) \\
 &= \dots = \frac{1}{3\sqrt{2}} \{ uud (2 \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\
 &\quad + udu (2 \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) \\
 &\quad + duu (-\uparrow\downarrow\uparrow + 2 \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) \} = \\
 &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \{ 2 u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow) - u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow) - \dots \}
 \end{aligned}$$