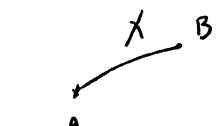
کیهان‌شناسی - جلسه ۴ ۸۶/۱۲/۴

FRW-metric $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dX^2$

۱) فاصله بین دو نقطه، X ثابت باشد. (مانند سیال کیهانی)

سرعت نابی

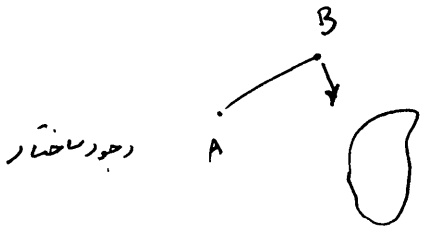


$l = a(t) X$

$\frac{dl}{dt} = V = \frac{da}{dt} X = Hl$

۲) تغییر فاصله بدلیل غیر از عوامل انبساط کیهان

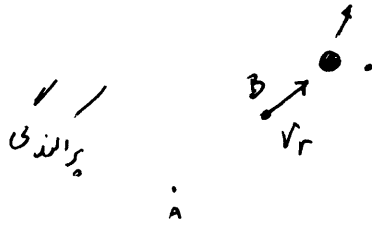
سرعت خاصه



الف) نقطه B جذب ساختار شده از انبساط فاصله می‌گیرد.

ب) انحراف بدلیل برخورد. (سرعت بخش)

نکته: مجموع سرعت‌های غیر شعاعی حاصل از برخورد همگی را اختیاری می‌کند.



arXiv: physics/0603087 S. Rahvar, Cooling in Cosmology.

$$\vec{R} = a(t)\vec{X} \rightarrow \frac{d\vec{R}}{dt} = \dot{a}\vec{X} + a\frac{d\vec{X}}{dt} = H\vec{R} + \vec{v}_{pec} \equiv \vec{v}_{Cosmic}$$

$$\vec{X} = |X|\hat{r} \rightarrow \frac{d\vec{X}}{dt} = |X|\frac{d\hat{r}}{dt} + \hat{r}\dot{X}$$

در ادامه بحث ارتباط بین سرعت خاصه حاصل از وجود ساختار، و انتشار خطای چگالی را بیان خواهیم داد.

$v_{pec} \longrightarrow$ انتشار خطای چگالی

ارتباط دیسپرسیون شاره کیهان با انبساط

بیان خواهیم کرد که چگونه با انبساط کیهان تغییر می‌کند، و خواهیم دید که واریانس داده‌ها با انرژی جنبشی ارتباط دارد.

$$\sigma = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

سرعت جنبشی ذرات

در نهایت رابطه $P = P(a)$ را بدست می‌آوریم.

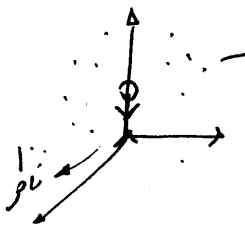
2,

$T = f(E_K)$

↓

خنثی

۱) ذره آزاد



۲) در انبساط هابلی (شتاب‌دار) شتاب پیدا می‌کند.

دطول همراه آن تغییر می‌کند.

معادله ژئودزی $\ddot{x}^\mu + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \dot{x}^\nu \dot{x}^\lambda = 0$

- معادله حرکت ذره تحت تاثیر نیروی گرانشی

$\mu = i$ مختصات فضایی $\quad \ddot{x}^i + \Gamma^i_{\nu\lambda} \dot{x}^\nu \dot{x}^\lambda = 0$

$\begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ \lambda = 0, 1, 2, 3, 4 \end{cases}$

برای بررسی حرکت ذره در حوالی ساختارهای کیهانی باید اختلال در متریک نیز در نظر گرفت.

تمرین: برای متریک FRW، $\Gamma^i_{\nu\lambda}$ را بدست آورید.

تنها جمله غیرصفر $\quad \Gamma^i_{i0} = \frac{\dot{a}}{a}$

$$\ddot{x}^i + \Gamma^i_{i0} \dot{x}^i \dot{x}^0 + \Gamma^i_{0i} \dot{x}^0 \dot{x}^i = 0 \;,\; \ddot{x}^i + 2\frac{\dot{a}}{a} \dot{x}^i \dot{x}^0 = 0$$

↓ به معنی جمع بستن

محاسبات در مبدا مختصات انجام می‌شود $x^i \sim 0$

$$\frac{d}{d\tau}(\dot{x}^i) = -\frac{2}{a}\frac{da}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau}\cdot\frac{dx^i}{d\tau}$$

$$\frac{d\dot{x}^i}{d\tau} = -\frac{2}{a}\cdot\frac{da}{d\tau}\dot{x}^i \;\to\; \frac{d\dot{x}^i}{\dot{x}^i} = -2\frac{da}{a} \;\to\; \dot{x}^i \propto a^{-2}$$

↓

سرعت فضایی ـ شتاب

$$a\dot{x}^i \propto \frac{1}{a} \;\to\; a\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau} \propto \frac{1}{a}$$

$a\frac{dx}{dt}$: سرعت نیوتنی

$\frac{dx}{dt}$: سرعت مختصاتی

$$\begin{cases} v_{pec} = a\frac{dx}{dt} \\ \frac{dt}{d\tau} = \gamma \end{cases}$$

$$\to v_{pec}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_{pec}}{c}\right)^2}} \propto \frac{1}{a}$$

برای ذرات نسبیتی و غیرنسبیتی

$$\frac{m_0 v_{pec}}{\sqrt{1-(\frac{v_{pec}}{c})^2}} \propto \frac{m_0}{a} \rightarrow P \propto \frac{m_0}{a}$$

تمرین: ارتباط بین متوسط انرژی $\langle E \rangle$ و دما را برای ذرات غیرنسبیتی $f(E) = e^{-E/KT}$ بدست آورید.

الف) حواب غیرنسبیتی و نسبیتی: $\langle E \rangle \propto T$

ذرات نسبیتی $f(E) = \frac{1}{1 \pm e^{+E/KT}}$

الف) Relat. $c=1$ $E = \sqrt{p^2 + E_0^2}$

+ : Fermi-Dirac

- : Bose-Einstein.

فرانسبیتی $E \sim p$

$\langle p \rangle \propto T \rightarrow T \propto \frac{1}{a}$

نتیجه: شاره فرانسبیتی به صورت $\frac{1}{a}$ سردی شود (فوتون اولیه برای باریون ها و فوتون ها و نوترینوها)

ب) Non Relat.

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2} = E_0 \left(1 + \frac{p^2}{2E_0^2}\right)$$

$$= E_0 + \frac{p^2}{2E_0} \rightarrow \begin{cases} \langle E \rangle = \langle \frac{p^2}{2m} \rangle \\ \langle E \rangle \propto T \end{cases}$$

برای ذرات غیرنسبیتی: $T \propto \frac{1}{a^2}$

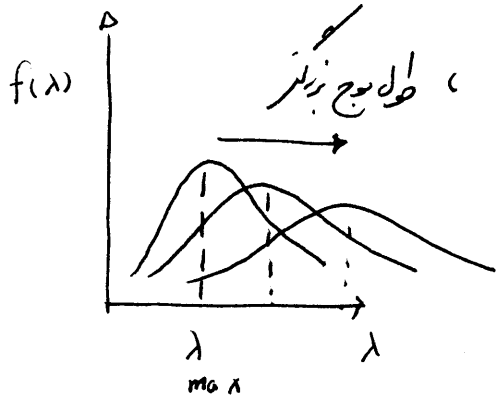
- فوتون اولیه بدلیل برهم نکنش بین شاره فوتونی و ماده تاریک، دما در هر لحظه برای هر دو شاره ثابت و مقدار آن بین $\frac{T_{pl}}{a} < T < \frac{T_{pl}}{a^2}$ می باشد.

جریان انرژی از شاره فوتونی به ماده باریونی - تاریک باعث می شود که ساختار باریونی قبل از دوران واجفتد ساخته نشود.

انتقال به سرخ RedShift :

ستاره نوترونی اولیه کیهان با گذشت زمان با کاهش دما روبرو می‌شود

و یا ستاره کیهانی یک جسم تک فرکانس نیست بلکه جسم سیاه است . (بدلیل پراکندگی - تدریج نوترینا)



طول موج پرتاب ، (انبساط کیهان)

از روی دما ثابت $\lambda_{max} T =$

$$T \propto \frac{1}{a} \Longrightarrow \lambda_{max} \propto a$$

تعریف $1+z \equiv \frac{a_0}{a}$ $\rightarrow$ $\lambda_{max} \propto \frac{1}{1+z}$

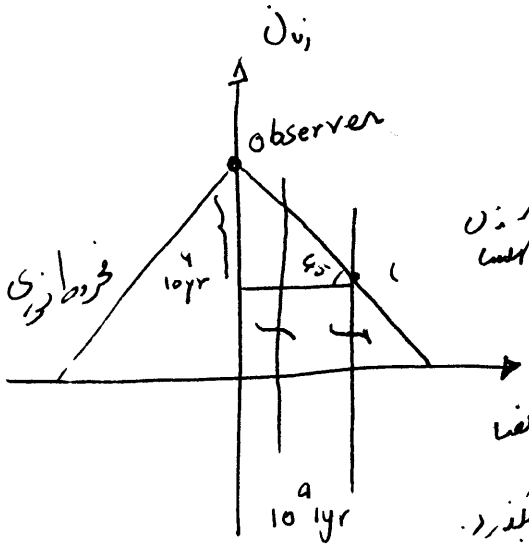
$$\lambda_{max} = K \frac{1}{1+z} \quad ; \quad \frac{\lambda(0)}{\lambda(z)} = 1+z \quad \rightarrow \quad \lambda(z) = \frac{\lambda(0)}{1+z}$$

■ تغییرات طول موج فوتون ها

- گسیل دو پالس نوری به فاصله Δt کسی رها

در چه بازه‌هایی نوری به ما می‌رسد ؟

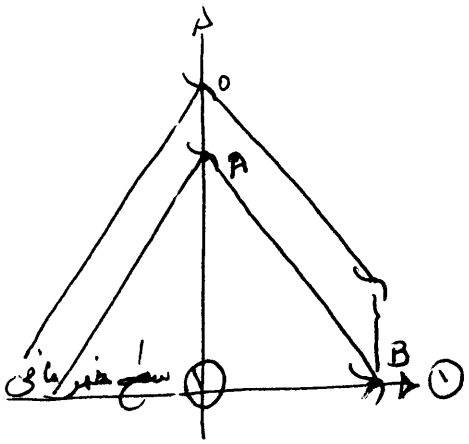
مسئله شبیه در یافت پالس از سیاهچاله



زمان گسیل شدن نور گسیلی

از نسبیت عام انتظار داریم هرچقدر گرانش قوی‌تر باشد زمان کندتر بگذرد .

وچون در کیهان اولیه گرانش قوی‌تر بوده ، زمان ها کندتر می‌بودند .



$X_{AB} =$ ثابت (طول همراه)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dX^2$$

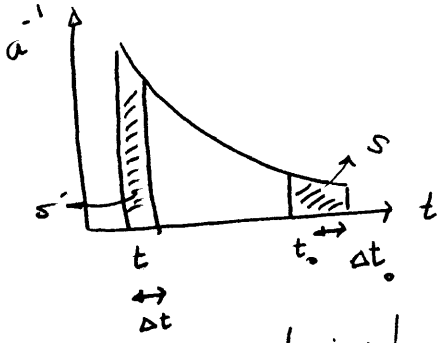
مسیر نور $ds^2 = 0$

5

$ds^2 = 0 \rightarrow \chi = \int_{t}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$ (1) t_0: الان

$$\chi = \int_{t+\Delta t}^{t_0+\Delta t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (2)$$

(1), (2) $\longrightarrow$ $\int_{t}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t+\Delta t}^{t_0+\Delta t} \frac{dt}{a(t)}$



سطح زیر نمودار

$S = S' \longrightarrow \frac{\Delta t_0}{a_0} = \frac{\Delta t}{a(t)}$

$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{a_0}{a} = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{\lambda_{obs.}}{\lambda_{em}} = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{1-a}{a}$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} \equiv z = \frac{1}{a} - 1$ "Cosmological RedShift"