

## امتحان میان ترم اول اقتصاد کلان II

محمد حسین رحمتی - بهار ۱۳۹۹

زمان ۳ ساعت

۱. یک خانواده دارای تابع درآمدی برونزای زیر است:

$$y_t = S_t x_t$$

$$x_t = (1 + \epsilon_t) x_{t-1}$$

در حالیکه:

- $y_t$  درآمد فرد در زمان  $t$
- $S_t$  یک متغیر تصادفی همواره مثبت است که در هر دوره iid استخراج می شود
- $x_t$  یک متغیر تصادفی که رفتاری بر اساس معادله دوم دارد
- $\epsilon_t$  یک متغیر تصادفی که در هر دوره iid استخراج می شود و  $E(\epsilon_t) = 0$

خانواده می تواند با نرخ بازده برونزای  $R$  پس انداز کند ولی نمی تواند قرض بگیرد. تابع مطلوبیت خانوار برابر:

$$E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right]$$

ا. عبارات  $S_t$  و  $x_t$  چه تعبیری دارند؟

ب. فرض کنید خانوار به دوره  $t$  با دارایی  $A_t$  وارد می شود. وی بازده ناخالص  $RA_t$  را بدست می آورد.

قید بودجه خانوار را به صورت sequential بنویسید. قید محدودیت قرض گرفتن خانوار را

بنویسید؟

ج. بهینه سازی خانوار را به صورت sequential بنویسید.

د. بهینه سازی خانوار را به صورت Recursively بنویسید. فرض کنید متغیرهای  $x$  و  $y$  و  $A$  متغیرهای

حالت state variable هستند. توضیح بدهید این متغیرها چگونه مسئله را تحت تاثیر قرار می دهند.

ه. تعریف کنید  $Z = y + RA$  حال دوباره مسئله recursive را برای متغیرهای حالت  $x$  و  $Z$  بنویسید.

به صورت شهودی توضیح دهید که اگر  $Z$  را بدانید چرا به اطلاع از مقادیر تفکیکی  $y$  و  $A$  نیازی

نیست.

و. نشان دهید اگر  $u(c) = c^\theta$  در این صورت تابع ارزش Value Function به صورت زیر است:

$$V(x, z) = x^\theta \bar{v}\left(\frac{z}{x}\right)$$

تعبیر  $\frac{z}{x}$  چیست؟

۲. فرض کنید می‌خواهیم مسئله خوردن کیک را حل کنیم. فرد می‌تواند کل کیک را یکجا بخورد و یا آن را برای دور بعد ذخیره کند. (فرد نمی‌تواند قسمتی از کیک را بخورد. بلکه باید یا همه کیک باقیمانده را بخورد و یا همه را برای فردا کنار بگذارد) مطلوبیت فرد از خوردن کیک به وزن  $W$  برابر  $u(c)$  است. فرض کنید  $u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$  و  $\varepsilon$  یک متغیر رندوم iid است. (توزیع احتمالی  $\varepsilon$  در دوره آینده مستقل از مقدار آن در دوره حاضر است) اگر کیک در دوره حاضر مصرف نشد، اندازه آن در دوره بعد از رابطه  $W' = \rho W$  داده شده است. ضریب تنزیل هم رابطه  $\beta < 1$  را ارضا می‌کند.

أ. رابطه بلمن را برای این مسئله بنویسید و متغیرهای **state** و **Control** را تعریف کنید.

ب. یک مقدار حدی را (Cut-off rule) بدست آورید. (به این معنی که اگر  $\varepsilon$  از یک مقداری بیشتر بود کیک خورده می‌شود و اگر از آن مقدار کمتر بود کیک خورده نمی‌شود). نشان دهید این مقدار حدی تابعی از  $W$  نیست.

ج. فرض کنید  $\rho$  کم بشود. چگونه این تغییر جواب فوق را تغییر می‌دهد؟ مقدار حدی چه تغییری می‌کند.

د. حال فرض کنید  $\rho$  خود یک متغیر تصادفی است که رابطه  $\rho' = \rho + \nu$  دارد. دوباره مسئله بلمن را بنویسید. آیا ادعای بخش ب که مقدار حدی مستقل از  $W$  است برقرار است؟