

امتحان میان ترم دوم، اصول نظریه بازی‌ها

بهار 1402 – محمدحسین رحمتی

زمان امتحان 90 دقیقه است. واضح، کوتاه و ترجیحا بدون خط خوردگی بنویسید

1. (مشاوره به سیاست‌گذار) یک سیاست‌گذار M می‌خواهد هرچقدر ممکن است سیاستی نزدیک به عامل واقع اتخاذ کند. دو شرایط در جهان وجود دارد $\theta \in \{0,1\}$ که هر کدام با احتمال برابر ممکن است رخ دهد. سیاست‌گذار مقدار θ را نمی‌داند ولی به یک مشاور دسترسی دارد که دقیقا مقدار θ را می‌داند. مشکل آن است که سیاست‌گذار از اولویت‌ها و ترجیحات مشاور خود آگاه نیست. با احتمال 0.8 مشاور فردی «خوب» G بوده و دقیقا ترجیحاتی مشابه سیاست‌گذار دارد و با احتمال 0.2 مشاور نوع «بد» B است که ترجیح دارد سیاست‌گذار بالاترین سیاست ممکن را انتخاب کند. بازی بدین صورت است که ابتدا مشاور یک توصیه سیاستی $r \in \{0,1\}$ را که تابعی از θ (و البته اینکه خوب یا بد است) اعلام می‌کند. سپس سیاست‌گذاری مقداری از $p \in [0,1]$ تابعی از r برمی‌گزیند. تابع مطلوبیت افراد این بازی بصورت زیر است:

$$u^M(p, \theta) = -(p - \theta)^2 \text{ سیاست‌گذار}$$

$$u^G(p, \theta) = -(p - \theta)^2 \text{ مشاور خوب}$$

$$u^B(p) = p \text{ مشاور بد}$$

توجه کنید که شرایط 0 یا 1 در اقتصاد کاملا مستقل از آن است که مشاور «خوب» یا «بد» بشود.

ا. تعادل‌های بیزی محض این بازی را بدست آورید؟

ب. تعادل‌های رشته‌ای محض این بازی را بدست آورید؟

(شاید راهنمایی (1) اگر مشاورین همواره یک علامت را بازی کنند (مثلا $r = 1$) باورهای سیاست‌گذار در خارج مسیر (زمانیکه ناگهان $r = 0$ را دید) نیز باید بیان شود. (2) احتمالا حل تمام تعادل‌های نش و بیزی زمان زیادی لازم دارد. سعی کنید یک مورد را بصورت واضح حل کنید و بعد قاعده حرکات بهینه و پیامدها را حدس بزنید.

2. (بازی مریم و فاطمه) فاطمه ابتدا حرکت می‌کند و بالا H یا پایین L را انتخاب می‌کند. مریم یک علامت از حرکت فاطمه می‌بیند که علامت مقدار h یا l را در خصوص حرکت فاطمه نشان می‌دهد. این علامت تصادفی است و ممکن است خطا داشته باشد. بطور خاص، علامت دارای توزیع احتمالی بصورت روبرو است: $\Pr(h|H) = p, \Pr(l|H) = 1 - p; \Pr(h|L) = q; \Pr(l|L) = 1 - q$ و داریم $p > \frac{1}{2} > q$. پس از آنکه مریم علامت را دید، یکی از حرکات A یا B را بازی خواهد کرد. پیامدها زیر بصورت زیر است:

حرکات	پیامد فاطمه	پیامد مریم
HA	5	2
HB	2	1
LA	6	1
LB	4	2

ا. فرض کنید $P = 1$ و $q = 0$. برای این حالت بازی نمایش جدولی را ترسیم کرده و تعادل‌های محض را بدست آورید.

ب. دوباره برای حالت $P = 1$ و $q = 0$ نتیجه بازی با حذف حرکات نسبتا مغلوب چیست؟ نمایش درختی را برای این بازی با اطلاعات کامل ترسیم کنید و تعادل کامل زیربازی‌ها را بدست آورید؟

ج. فرض کنید $p, q \in (0,1)$ بنابراین $p, q \neq 0,1$. نمایش جدولی را برای این بازی ترسیم کنید. تعادل نس در حرکات محض را بدست آورید؟ این تعادل محض زمانیکه $p \rightarrow 1$ و $q \rightarrow 0$ را بدست آورید؟ توضیح دهید چرا تعادل کامل زیربازی‌ها نمی‌تواند برای بازی که p, q اکیدا بین صفر و یک قرار دارند مورد استفاده قرار بگیرد.

د. پاسخ شما به بخش (ج) چطور تغییر می‌کند اگر $p = 1$ باشد؟ چرا؟