

امتحان میان‌ترم اول، مبانی نظریه بازی‌ها

بهار ۱۴۰۴ – محمدحسین رحمتی

زمان امتحان ۹۰ دقیقه است. واضح، کوتاه و ترجیحا بدون خط‌خوردگی بنویسید

۱. (انتخابات) دو کاندید A و B را فرض کنید که در انتخابات ریاست‌جمهوری رقابت می‌کنند. از n شهروند k شهروند از کاندید A و $n-k$ شهروند طرفدار کاندید B هستند. فرض کنید $0 < k < n$ است. هر شهروند تصمیم می‌گیرد رای دهد (که در این صورت به کاندید خودش رای می‌دهد) و یا انتخابات را تحریم کند. فرض کنید رای دادن برای فرد هزینه C دارد. اگر کاندید مطلوب فرد رای بیاورد وی مطلوبیت ۲ و اگر دو کاندید رای دقیقا برابر بیاورند مطلوبیت وی ۱ و اگر کاندید رقیب رای بیاورد مطلوبیت صفر برای فرد به همراه دارد. بدیهی است در صورت تحریم مطلوبیت‌های فوق بدست می‌آید و اگر رای داده باشد از هر کدام هزینه رای دادن یعنی C کسر می‌شود. فرض می‌شود که $0 < C < 1$ برقرار است.

(a) بازی فوق را به صورت جدول بنویسید.

(b) فرض کنید $k = n - k$ در این صورت تعداد هواداران هر کاندید برابر یکدیگر است. برای هریک از حالات زیر تعادل نش محضی را بدست آورید که نتیجه زیر را بدست دهد. اگر چنین تعادلی وجود ندارد توضیح دهید چرا چنین تعادلی وجود ندارد.

i. کاندید A یک رای بیشتر از کاندید B بیاورد.

ii. کاندید A دو رای بیشتر از کاندید B بیاورد.

iii. هر دو کاندید دقیقا تعداد رای برابر بیاورند.

(c) فرض کنید $k > n - k$ در این صورت کاندید A تعداد هواداران بیشتری دارد. توضیح دهید آیا تعادل نش محضی وجود دارد که هر کدام از کاندیدها دقیقا رای برابر بیاورند؟

۲. تمام تعادل‌های نش بازی زیر را بدست آورید:

	A	B	C	D
a	۳, ۱	۰, ۴	-۲, ۶	۱, ۳
b	۰, ۰	۱, ۸	۱, ۴	۰, ۴
c	۲, ۲	۰, ۴	۲, ۲	۰, ۴
d	-۱, ۵	۳, ۱	۱, ۳	۱, ۳