

امتحان نهایی، اصول نظریه بازی‌ها

بهار ۱۴۰۲ – محمدحسین رحمتی

زمان امتحان ۱۸۰ دقیقه است.

1. (عقلانیت) بازی زیر را که در کلاس تدریس شد به یاد بیاورید.

۱	۱	۲	۱	۱	۲	۱	۱۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۰	۲	۰	۲	۰	۱۰	
۰	۲	۰	۲	۰	۱۰		

ابتدا بازیگر اول بین داخل (I) و خارج (O) انتخاب می‌کند. بعد نفر دوم همین انتخاب را انجام می‌دهد و دوباره بازی به بازیگر اول و سپس دوم با همین انتخاب می‌رسد.

ا. کلیه تعادل‌های کامل زیربازی‌ها را بدست آورید؟

ب. یک تعادل نشی را بدست آورید که تعادل کامل زیربازی‌ها نباشد.

حال فرض کنید بازیگر دوم با احتمال 10 درصد در اثر بازی طبیعت دیوانه می‌شود. اگر بازیگر دوم دیوانه باشد در هر گره تصمیم‌گیری حرکت داخلی (I) را انجام می‌دهد. یعنی حتی در آخرین گره تصمیم‌گیری هم بازیگر دیوانه حرکت داخل را بازی خواهد کرد. دیوانه شدن نوع بازیگر دوم است و اگر دیوانه باشد در تمام گره‌های تصمیم‌گیری دیوانه خواهد بود. اگر دیوانه نباشد (که با احتمال 90 درصد خواهد بود) وی بر اساس شرط عقلانیت تصمیم‌گیری خواهد کرد. بازیگر دوم زمانیکه عاقل است می‌داند که عاقل است! ولی بازیگر اول اطلاعی از دیوانگی بازیگر دوم ندارد و لذا باید برای خودش از احتمال عقلانیت بازیگر دوم باور بسازد. فرض کنید احتمال دیوانگی بازیگر دوم در اولین مجموعه تصمیم‌گیری بازیگر اول را با α و احتمال دیوانگی بازیگر دوم در دومین مجموعه تصمیم‌گیری بازیگر اول را با β نمایش دهیم. بنابراین α و β باورهای بازیگر اول در خصوص دیوانگی بازیگر دوم به ترتیب در اولین و دومین زمانی است که باید تصمیم بگیرد.

ج. تعادل نش بی‌زی را بدست آورید که بازیگر اول در اولین مجموعه اطلاعات تصمیم‌گیری اش، حرکت O را بازی کند. (راهنمایی: بازی

درختی جدید را سعی کنید ترسیم کنید) توجه کنید در ارزیابی باید مقادیر α, β را بصورت کامل بدست آورید؟

د. تعادل‌های رشته بخش (ج) را بدست آورید؟

ه. حال تعادل نش بی‌زی را بدست آورید که در مسیر تعادل، نوبت بازی به بازیگر اول در دومین گره تصمیم‌گیری برسد؟ مجدد تاکید

می‌شود که باید مقادیر α, β را بصورت کامل بدست آورید. تعادل رشته‌ای معادل این تعادل بی‌زی را اگر وجود دارد بدست آورید و یا

نشان دهید این تعادل وجود ندارد؟

2. (بازی تکراری) بازی جدولی ساده زیر را در نظر بگیرید:

	X	Y
H	2,2	-1,1
L	4,-2	0,0

ا. کمترین بیشینه بازی تک مرحله‌ای را بدست آورید؟

ب. پیامد (تعدیل یافته) (2,2) در این بازی با تکرار نامحدود در قالب تعادل کامل زیربازی‌ها قابل حصول است اگر و تنها اگر ضریب

تنزیل δ از مقدار $\underline{\delta}$ بیشتر باشد. $\underline{\delta}$ را بدست آورید؟

ج. هر ترکیب خطی (فردی عاقلانه) از ترکیب پیامدهای $(2,2)$ و $(4,-2)$ در قالب تعادل کامل زیربازی‌ها قابل حصول است اگر و تنها اگر ضریب تنزیل δ از مقدار δ' بیشتر باشد. δ' را بدست آورید؟

د. فرض کنید بازیگران می‌توانند بک وسیله عمومی تصادف‌زا خلق کنند (مشابه تعادل همبسته که در انتهای فصل اول مطالعه کردیم) حال نشان دهید هر ترکیب خطی (مجموعه فردی عاقلانه) از ترکیب پیامدهای $(2,2)$ و $(4,-2)$ در قالب تعادل کامل زیربازی‌ها قابل حصول است اگر و تنها اگر ضریب تنزیل $\delta = \frac{1}{2}$ باشد.

3. بازی علامت‌دهی زیر را فرض کنید. یک کارآفرین E تمام سهام شرکت خود را در تملک دارد. وی می‌خواهد یک پروژه جدید را به شرکت اضافه کند. برای این منظور به میزان I سرمایه‌گذاری از بازیگر V نیاز دارد. تنها راه‌حل آن است که بخشی از سهام خود را به سرمایه‌گذار جدید بفروشد. سودآوری شرکت π بوده که یا مقدار 1 دارد و یا مقدار 0 دارد و صرفاً E از این وضعیت اطلاع دارد. (اطلاعات نهانی). سرمایه‌گذار V با باور پیشینی p باور دارد که $\pi = 1$ و با باور $1 - p$ فکر می‌کند که $\pi = 0$ است. بازیگر E به بازیگر V میزان سهم s را پیشنهاد می‌کند که $0 \leq s \leq 1$ است. سرمایه‌گذار V مقدار s را می‌بیند ولی از π اطلاعی ندارد. سرمایه‌گذار این پیشنهاد را قبول یا رد می‌کند. اگر V رد کند وی پیامد 0 و شرکت E پیامد π را کسب می‌کند. اگر V قبول کند وی پیامد $s(\pi + N) - I$ و کارآفرین E پیامد $(1 - s)(\pi + N)$ را کسب می‌کند. فرض کنید $N \geq I$ بازده پروژه جدید است.

ا. برای چه مقادیری از p تعادل محض بیزی وجود دارد که هر دو نوع E مقدار $s = 0$ را پیشنهاد و V رد کند؟

ب. فرض کنید $pN < I - (N^2 - IN)$ نشان دهید هیچ تعادل بیزی وجود ندارد که هر دو نوع E مقدار یکسان $s > 0$ را پیشنهاد داده و V قبول کند؟

ج. شرایط کافی را بدست آورید که تعادل محض بیزی وجود داشته باشد تا هر دو نوع E مقدار یکسان $s > 0$ را پیشنهاد داده و V قبول کند؟ (پاسخ شما علاوه بر راهبردها باید تابع باورهای پسینی V را هم پیشنهاد دهد و نشان دهد شرایط PBE برقرار است)

د. آیا تعادل محض بیزی می‌تواند وجود داشته باشد که دو نوع E مقدار s متفاوتی را پیشنهاد دهند و حداقل یکی از پیشنهادات قبول شود؟

ه. تعادل PBE بالا را با تعادلی که π اطلاعات عمومی است، مقایسه کنید؟