

۱. بازی فرض کنید که سه بازیگر باید ۳۰۰ تومان را بین خود تقسیم کنند. سهم هیچ کدام منفی نمی‌تواند باشد. قانون بازی به این صورت است که اگر دو نفر اول بتوانند با یکدیگر به توافق برسند (به عبارت دیگر دو بازیگر اول و دوم C تقسیم مشابهی را قبول داشته باشند) بر همان اساس تقسیم انجام می‌شود. ولی اگر هیچ کدام از این دو بازیگر به توافق نرسند سهم هر کدام صفر خواهد بود. نمایش ریاضی این بازی به صورت زیر خواهد بود.

$$N = \{1,2,3\}$$

$$C_i = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 | x_1 + x_2 + x_3 \leq 300, \text{ and } \forall j: x_j \geq 0\}$$

$$u_i(c_1, c_2, c_3) = x_i \text{ if } c_1 = c_2 = (x_1, x_2, x_3)$$

$$u_i(c_1, c_2, c_3) = 0 \text{ if } c_1 \neq c_2$$

a. نشان دهید در بازی چانه‌زنی که با یک تاس بصورت برابر هر کدام از بازیگران امکان پیشنهاددهی دارند، توزیع حاصل از چانه زنی $(150,150,0)$ بدست می‌آید.

b. نشان دهید تابع مشخصه این بازی بصورت زیر است:

$$v(\{1,2,3\}) = 300 = v(\{1,2\}); v(\{1,2\}) = v(\{1,3\}) = v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0$$

c. نشان دهید هسته این بازی بصورت زیر است:

$$\{x \in R^3 | x_1 + x_2 = 300, x_2, x_1 \geq 0, x_3 = 0\}$$

d. نشان دهید ارزش شاپلی این بازی برابر $(150,150,0)$

۲. در این بازی مشابه بازی فوق است ولی توافق هر دو بازیگری به معنی اتمام بازی و تقسیم بر اساس توافق دو بازیگر است!

a. نشان دهید هسته این بازی تهی است!

b. نشان دهید ارزش شاپلی این بازی برابر $(100,100,100)$

۳. بازی apex زیر را در نظر بگیرید. در این بازی فرض کنید $N=\{1,2,3,4,5\}$ که تابع مشخصه به صورت زیر است:

$$v(S) = 1 \text{ if } 1 \in S \text{ and } |S| \geq 2$$

$$v(S) = 1 \text{ if } |S| \geq 4$$

$$v(S) = 0 \text{ otherwise}$$

بازیگر ۱ عملاً بزرگ بازی است و سایر بازیگران کوچک بازی هستند.

تمرین فصل بازی‌های همکارانه

بهار ۱۴۰۰

a. نشان دهید هسته این بازی تهی است.

b. نشان دهید ارزش شاپلی برابر $\Psi = (\frac{3}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10})$

۴. سه بنگاه در بازاری کالای مشابه تولید می‌کنند. بنگاه ۱ کوچک بوده و یا صفر و یا یکی کالا می‌تواند تولید کنند. بنگاه ۲ و ۳ بزرگتر بوده می‌توانند دو یا سه کالا تولید کنند. قیمت بازار بر اساس تولید کل مشخص می‌شود:

$$P = 8 - (c_1 + c_2 + c_3)$$

که c_i میزان تولید هر بنگاه و سود هر بنگاه PC_i است.

a. نمایش جدولی این بازی را ترسیم کنید.

b. تعادل نش این بازی را بدست آورید.

c. ارزش شاپلی بازی را بدست آورید. آیا این ارزش هسته بازی است؟