

نظریه بازی‌ها

فصل پیوست ۲

حراجی

حراجی فرکانس‌های مخابراتی

- سازمان تنظیم مقررات آمریکا (FCC) فرکانس‌های مخابراتی را تنظیم می‌کند.
- فرکانس‌ها برای شبکه‌های تلویزیون، رادیو، تلفن همراه، اینترنت و نظامی استفاده دارد
- چرا تنظیم باید بشود؟
 - فرکانس‌های مخابراتی محدود است
 - متقاضیان و مصرف کنندگان محتمل زیاد هستند
 - مشکل و ایراد بوجود می‌آید اگر متقاضیان هم‌پوشانی داشته باشند.
- سازمان چگونه باید تصمیم بگیرد چه کسی از چه فرکانس‌هایی استفاده کند؟
- بصورت سنتی فرکانس مخابراتی بصورت تصادفی بین متقاضیان توزیع می‌شد

حراجی فرکانس مخابراتی

- کوز (۱۹۵۹) پیشنهاد داد که سازمان باید فرکانس‌های مخابراتی را حراج کند
- اگر هزینه مبادله وجود نداشته باشد، توزیع اولیه تخصیص‌ها مهم نیست
- ولی عالم واقع این‌طور نیست، مبادله در بازار غیرمتمرکز منجر به توزیع بهینه نمی‌شود.
- در ابتدای دهه ۱۹۹۰ سازمان به این فکر افتاد که فرکانس‌ها را بر اساس حراجی تخصیص دهد که بر اساس طراحی بازار یک اقتصاددان کار می‌کرد
- بسیاری از کشورها از حراج استفاده می‌کنند و چندین میلیارد دلار درآمد بدست می‌دهد

حراجی گردیدن باحامی

- گوگل در رقابت با آمازون بزرگترین شرکت تجاری جهان است!
- هال واریان اقتصاددان ارشد شرکت می گوید:
- “What most people don’t realize is that all that money comes pennies at a time.”
- سود گوگل از محل فروش تبلیغات است. هر زمان شما می گردید یک حراجی برگزار می شود تا:
- متقاضیان تبلیغات پیشنهاد قیمت می دهد تا در سمت راست یا بالای صفحه تبلیغ شوند
- گوگل طراحی سازوکار حراجی را در طول زمان اصلاح کرده تا بالاخره یاهو را شکست داده است
- سازوکار حراجی گوگل مبتنی بر حراجی بر اساس جف و جور است - متقاضی به تبلیغ مورد علاقه اش

Google [Advanced Search](#) [Preferences](#)

Web News Results 1 - 10 of about 49,300,000 for **auto insurance**. (0.23 seconds)

AAA Auto Insurance Sponsored Links
www.AAA-AutoInsurance.com Rated A+ (Superior) by A.M. Best. Low rates and free online quote.

Progressive Car Insurance
www.progressive.com Named #1 **insurance** website. Get a free direct quote now!

Auto Insurance Quotes
www.esurance.com/California Save on **Auto Insurance** at Esurance! Buy Your Policy Online in Minutes.

GEICO Car Insurance Sponsored Links
 You could save over \$500 in CA. How much could you save?
www.GEICO.com
 California


Allstate Auto Insurance
 Official Site - Lower Your Rates, Not Your Expectations. Quote Now!
Allstate.com
 California

GEICO | GEICO Car Insurance. Get an auto insurance quote and save ...
 Free online car **insurance** quotes. More than **auto insurance**, get quotes for motorcycle **insurance**, ATV, RV, homeowners, renters, condo, mobile home, flood, ...
www.geico.com/ - 29k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

Esurance Auto Insurance - Online auto insurance quotes ...
 Free online **auto insurance** quotes. Get **insurance** rate comparisons, and buy your **auto insurance** policy instantly. Buy car **insurance** online from Esurance ...
www.esurance.com/ - 14k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

Auto Insurance Quote: Car & Motorcycle Insurance - Progressive
 Buy and compare **auto insurance** at Progressive. Save money on **auto**, motorcycle, boat, RV and home **insurance**. Start with getting an **auto insurance** quote ...
[Show stock quote for PGR](#)
www.progressive.com/ - 41k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

News results for auto insurance

 **AIG May Sell US Auto-Insurance Business to Zurich** - 4 hours ago
 "21st Century is a well-regarded company and to the extent Zurich wants to expand their footprint in **auto insurance**, it's a strong acquisition for them. ...
[Bloomberg - 38 related articles >](#)
[Comparing home, auto insurance can bring savings - Chicago Tribune - 51 related articles >](#)
[6 mistakes to avoid when evaluating your car insurance - Chicago Tribune - 133 related articles >](#)

Allstate - Auto Insurance Quote, Anonymous Online Car Insurance ...

AARP Auto Insurance
 You Could Save \$388 If You're 50+ By Switching To The Hartford Today.
AARP.TheHartford.com
 California

Travelers Auto Insurance
 Travelers Can Save You Up to \$472. Get A Free Quote In Minutes!
www.Travelers.com
 California

California Auto Insurance
 Compare Free Quotes From Multiple Companies - Save An Average Of \$451
www.Insurance.com/Auto
 California

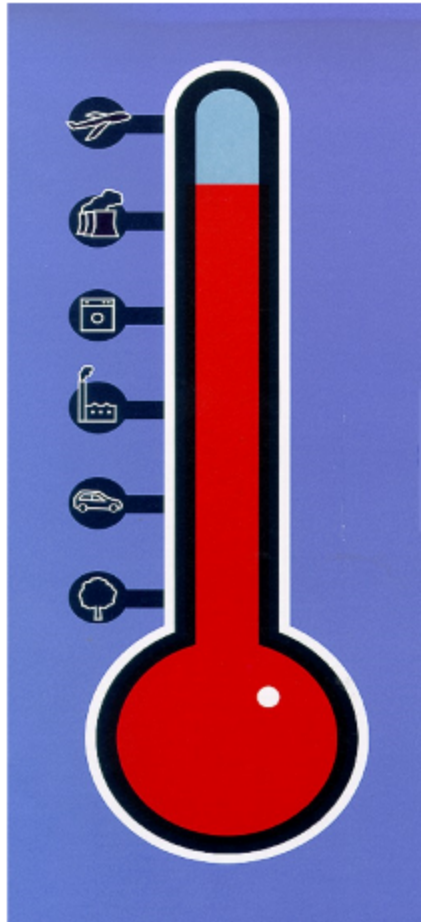
Cheap Car Insurance in CA
 Compare & Save. Choose from the top online providers in California.
www.InsuranceComplete.com

حراج CO₂ انگلستان

- در سال ۲۰۰۲ دولت انگلستان تصمیم گرفت ۲۱۵ میلیون پوند برای کاهش آلودگی هوا به شرکت‌ها پرداخت کند.
- ولی برای هر واحد آلودگی چه میزان پرداخت کند و به چه بنگاه‌های پرداخت کند؟
- راه حل: انجام حراجی تا قیمت بازار را پیدا کند.
- **برنامه حراجی مبادله آلاینده‌های محیط زیستی**
- قیمت‌ها را از بالا شروع کردند و هر مرحله قیمت را پایین می‌آوردند.
- در هر مرحله تولیدکنندگان میزان تن از CO₂ را که کم می‌کردند بیان کردند.
- هزینه دولت مرکزی برای میزان کاهش تن ضرب در قیمت آن مرحله بود.
- حراجی زمانی تمام شد که هزینه حراجی برابر بودجه دولت باشد
- نتیجه: ۳۴ بنگاه برای کاهش ۴ میلیون تن CO₂ پرداخت دریافت کردند.

Greenhouse Gas Emissions Trading Scheme Auction

United Kingdom – March 2002



The UK Greenhouse Gas Emissions Trading Scheme (ETS) was introduced by the UK Government as part of the UK Climate Change Programme. Emissions trading is an approach designed to allow greenhouse gas emission reductions to be made in the most economically efficient way. At the time, emissions trading was already being developed internationally – as part of the Kyoto Protocol – and the European Commission had proposed that EU-wide trading would start in 2005. The UK emissions trading scheme started in April 2002. Direct participants wishing to enter into the UK ETS did so through the ETS Auction.

The UK Government made available £215 million over 5 years as an incentive for direct participants to enter into the scheme and to reduce their greenhouse gas emissions. The incentive payments were allocated by a descending-clock auction. The organisations that were interested in obtaining incentive payments for making emission reductions participated in the auction during which they offered a quantity of emission reduction in exchange for a given price per tonne of carbon dioxide equivalent (tCO₂e).

The UK ETS Auction was operated on the PowerAuction™ software system in March 2002. Further details about the UK Greenhouse Gas Emissions Trading Scheme can be found on the [DEFRA website](#).

حراجی در تمام بازارها

• حراج در تمام بازارها زمانیکه قیمت مشخص نیست و یا کالا موردی است رایج است:

- حراج هفتگی اوراق دولتی توسط بانک مرکزی
- حراج دارایی ورشکستگی
- مزایده خصوصی سازی
- حراج ماشین دست دوم
- مناقصه قراردادهای پیمانکاری دولتی
- حراجی آلودگی هوا
- حراج آثار هنری، عتیقه
- حراج منابع طبیعی: جنگل، نفت، فرکانس، آب
- حراجی زمین‌های تملیکی و دادگاهی و بانکی

• نظریه حراجی ارتباط نزدیکی با نظریه انحصارگر و همچنین جورش دارد.

فروش یک کالا

- ابتدا ایده فروش یک کالا را حل می‌کنیم (فصل بعدی حراج چند کالا است)
- چرا تنها یک قیمت را تعیین نکنیم؟
- فروشنده‌ها نمی‌دانند چه قیمتی بفروشند!
- خریداران می‌دانند چند حاضرند بپردازند ولی راست نمی‌گویند!
- حراجی ابزاری برای کشف قیمت است.
- مدل پایه: دو خریداران محتمل (بعداً N خریدار) که هر کدام ارزش v_i را که از توزیع یکنواخت بر روی $[0,1]$ درآمده برای کالا قائلند.
- فروشنده می‌تواند قاعده حراج را بگذارد!

حراجی تصاعدی

- قیمت‌ها از صفر شروع می‌شود و بمرور بالا می‌رود
- خریداران علاقه خود به ادامه پیشنهاد را اعلام می‌کنند در غیر این صورت خارج شده‌اند.
- حراجی زمانی تمام می‌شود که یک پیشنهاد دهنده باقی مانده باشد.
- آخرین پیشنهاددهنده برنده است و (عملاً) قیمتی که دومین پیشنهاددهنده را بیرون کرد پرداخت می‌کند.
- **راهبرد بهینه: حضور در حراجی تا زمانی که قیمت برابر ارزش کالا برای شما باشد**
- نتیجه: فردی که بالاترین ارزش را دارد برنده می‌شود و ارزش دوم را می‌پردازد
- فرض کنید سه بازیگر با ارزش‌های ۲۰، ۳۰، ۴۰
- فرد با ارزش ۴۰ برنده و قیمت ۳۰ را می‌پردازد

درآمد حراجی تصاعدی

سود حراجی تصاعدی

فرد با مطلوبیت v با احتمال v برنده می‌شود
میانگین پرداختی وی $v/2$ است.
پس سود وی: $v(v-v/2)=v^2/2$

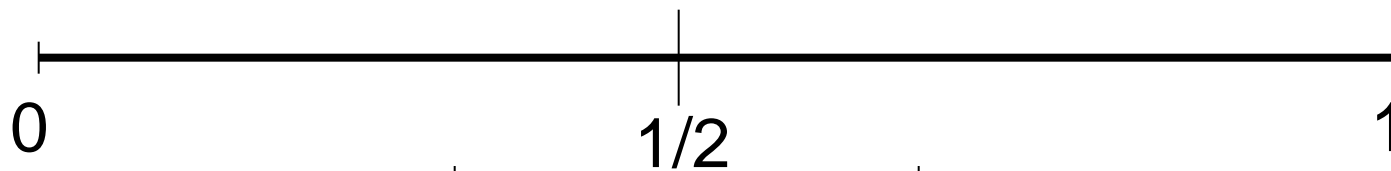
• فرض کنید دو برداشت از توزیع $U[0,1]$ انجام می‌دهیم

• مشروط به آنکه برداشت بالاتر باشد میانگین $2/3$ دارد. و مشروط به آنکه برداشت پایین‌تر باشد میانگین $1/3$ دارد و برابر میانگین درآمد حراجی است.

• اگر N پیشنهاددهنده توزیع خود را از مجموعه $U[0,1]$ بردارند.

• میانگین بالاترین برداشت $N/N+1$ و میانگین دومین برداشت بالا $(N-1)/(N+1)$ که برابر درآمد حراجی هم هست

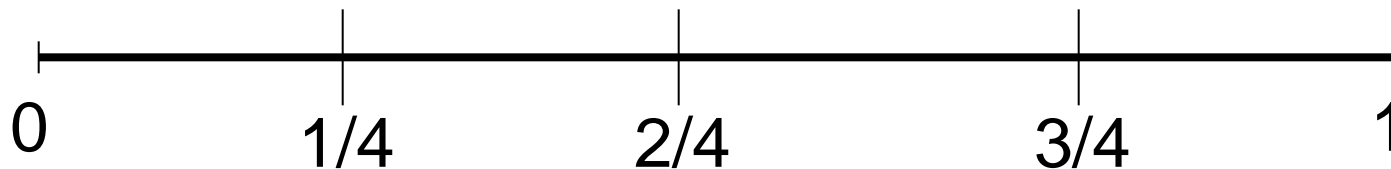
یک برداشت



دو برداشت



سه برداشت



حراجی قیمت دوم

- بازیگران قیمت خود را در پاکت می دهند.
- فروشنده پاکت را باز می کند.
- بازیگر با بالاترین قیمت برنده می شود و پیشنهاد دوم را پرداخت می کند.
- شما باید چگونه پیشنهاد دهید؟
- **قضیه: هر بازیگر دقیقاً ارزش خودش را پیشنهاد می دهد**
- اثبات: در فصل اول با استفاده از روش حذف پیاپی حرکات مغلوب
- نتایج دقیقاً مشابه حراجی تصاعدی، پرداختی ارزش نفر دوم

حراج ویکری

- حراج نوع دوم مثالی از روش عمومی حراج ویکری است که یک کالا فروخته شود.
- قاعده حراجی ویکری
 - هر بازیگر ارزش خود را اعلام می کند
 - فروشنده بنحوی کالاها را توزیع می کند تا مزاد مصرف کننده بیشینه شود
 - قیمت را بنحوی تعیین می کند که سود هر برنده برابر میزان نقش وی در کل مزاد باشد - مابه التفاوت مزاد جامعه اگر وی به عنوان بازیگر شمارش شود و یا لحاظ نشود
 - معادل، هر برنده دقیقاً برونریزی که حضور وی اعمال می کند با خارج کردن سایرین به عنوان برنده پرداخت می کند
- دقیقاً زمانی که حراج تک کالایی با قیمت دوم همین است!

مزایده پاکتی

- مزایده‌گران پیشنهاد خود را در پاکات ارائه می‌کنند.
- مزایده‌گزار پاکات را باز می‌کند
- مزایده‌گری که بیشترین پیشنهاد را بدهد برنده و پیشنهادش را می‌پردازد!
- رفتار بهینه پیشنهاد چیست؟
- بهینه پیشنهاد کمتر از ارزش است، چقدر؟ کاهش شانس برنده شدن و در مقابل کاهش هزینه!
- پس باید تعادل/رفتار سایرین را در نظر بگیرد (محاسبه شانس)
- تعادل نش است اگر انتخاب مزایده‌گر سودش را بیشینه کند اگر سایرین بهینه (نش) بازی کنند.
- بازی اطلاعات ناکامل است چون ارزش سایرین را بازیگر نمی‌داند.

حل بهینه مزایده پاکتی!

- فرض کنید $i \neq j$ از راهبرد پیشنهاد قیمت $b_j = \beta v_j$ استفاده می کند
- پیشنهاددهنده i می داند راهبرد j در تعادل چیست ولی میزان ارزش وی v_j را نمی داند
- فرض کنید i پیشنهاد b_i را بدهد، در این صورت با احتمال زیر برنده می شود:

$$\Pr(b_i > \beta v_j) = \Pr(b_i / \beta > v_j) = b_i / \beta$$

- پس پیشنهاد i با حل مسئله زیر بدست می آید:

$$\max_b (b/\beta)(v_i - b)$$

- شرط مرتبه اول این مسئله بصورت:

$$0 = (1/\beta)(v_i - b) - (b/\beta)$$

- با کمی ساده سازی و قاعده تقارن بدست می آید $b = (1/2)v$

- برای N بازیگر نیز مشابه بدست می آید $b = [(N-1)/N]v$

سود حراجی پاکتی

دوبازیگر از بازه $[0,1]$

متوسط ارزش برنده $2/3$

نصف این مقدار یعنی $1/3$ می پردازد

دقیقا مشابه حراجی قبلی!

حراجی تنزلی

- قیمت از بالا شروع می‌شود و بصورت پیوسته کاهش می‌یابد.
- در هر لحظه خریداران می‌توانند درخواست خرید در آن قیمت را داده و همان قیمت را بپردازند.
- حراجی در زمانیکه یک خریدار پیدا شود پایان می‌یابد.
- چطور باید پیشنهاد داد؟ منطقا مشابه حراج قیمت اول است
- با رقبایی که بهینه تصمیم می‌گیرند، بازیگر a قیمت پیشنهادی‌اش را (لحظه توقف حراج) بنحوی انتخاب می‌کند که $Pr(win)(v-b)$ بیشینه شود (مشابه مسئله حراج قیمت اول)

حراجی همه-پرداز

- بازیگران قیمت خود را پیشنهاد می‌دهند، فروشنده پیشنهادات را باز می‌کند
- بازیگری که بیشترین پیشنهاد را داده برنده می‌شود و همه قیمتی را که پیشنهاد داده‌اند را می‌پردازند.
- **چطور باید پیشنهاد داد؟**
- اگر $\Pr(\text{win}) = \Pr(b > f_j(v_j)) = x$ پس می‌توان پیشنهاد قیمت را تابعی از احتمال برنده شدن به صورت زیر نوشت:

$$\text{Max}_b v \cdot x - b(x)$$

- در این صورت بهینه پیشنهاد

$$b(v) = v^2/2 + c$$

- و چون فردی که $v=0$ دارد قیمت صفر پیشنهاد می‌دهد پس $c=0$
- در این صورت سود حراجی برای جمع پیشنهادات دو بازیگر است

$$E[R] = E[v_1^2/2 + v_2^2/2] = E[v^2] = \int_0^1 v^2 dv = 1/3$$

V_2  V_1

توزیع بهینه: مانند
ویکری

قضیه برابری عملکرد

- به نظر می‌رسد در همه حراجی‌ها توزیع بهینه (فرد با بالاترین مطلوبیت برنده می‌شود)، سود انتظاری یکسان، مطلوبیت انتظاری یکسان است.
- چقدر این نتیجه عمومی است؟ چرا این رخ می‌دهد؟ چه نتایج دارد؟
- **قضیه برابری عملکرد:** هر حراجی که بازیگران از توزیع یکسانی ارزش خود را بردارند اگر در تعادل (۱) بازیگر با بالاترین ارزش برنده شود و (۲) بازیگر با کمترین مطلوبیت پرداختی صفر داشته باشد: **سود و مطلوبیت انتظاری این حراجی برابر حراجی با قیمت دوم است!!**
- فرضیات مخفی در قضیه فوق:
 - (تنها) بازیگران ارزش کالا را برای خود می‌دانند! اگر بخواهند جنس دست‌دوم بفروشند چی؟ اگر بازیگر دوم از ارزش دیگری اطلاع داشته باشد!
 - ارزش بازیگران مستقل است! اگر دو بازیگر یک باور در خصوص ارزش کالا داشته باشند در خصوص میدان نفتی یک سائزیمیک کرده باشند.
 - بازیگران تنها به سود حراجی فکر می‌کنند! یعنی برایشان مهم نیست رقیب چقدر می‌پردازد؟ ریسک‌گریزی ندارند!

حراجی با کف قیمت!

- فرض کنید دو خریدار از توزیع پیوسته و تصادفی $U[0,1]$
- فرض کنید حراجی قیمت دوم که فروشنده حداقل قیمت r کمتر نمی‌فروشد.
- حرکت بهینه: اگر ارزش بیشتر از کف بود $v > r$ ارزش را پیشنهاد دهد در غیر این صورت پیشنهاد ندهد.
- انتظار برنده شدن v است در صورت برد، قیمت رقیب یا r را می‌پردازد، پس در صورت برنده شدن آنچه می‌پردازد:

$$(r/v)*r + [(v-r)/v]*(v+r)/2 = r + [(v-r)/v]*(v-r)/2$$

- با قضیه برابری عملکرد می‌توان تعادل حراج قیمت اول حل کرد که فرد با بالاترین ارزش برنده شود.
- بر اساس قضیه برابری عملکرد در حراج قیمت اول:

- بازیگر با ارزش $v < r$ پیشنهاد نمی‌دهد
- بازیگر با $v > r$ پیشنهاد برابر $b(v) = r + [(v-r)/v]*(v-r)/2$ می‌دهد

سود تابعی از کف قیمت!

- آیا کف قیمت می تواند سود را افزایش دهد؟
- فرض کنید تنها یک پیشنهاددهنده حضور داشته باشد! که ارزش یکنواخت $[0,1]$ ، تعیین کف قیمت یعنی:
 - با احتمال r پیشنهادی وصول نمی شود.
 - با احتمال $1-r$ به قیمت r می فروشد
 - باید سودش یا $r(1-r)$ را بیشینه کند که $r=1/2$
- دقیقا مشابه انحصارگری که با تابع تقاضای $Q(p)=1-p$ مواجه است!
- حال فرض کنید دو بازیگر در بازی باشند که از $U[0,1]$ بردارند.
- فرض کنید فروشنده برای انتخاب کف قیمت بین r و یا کمی بیشتر $r+\Delta$ تصمیم می گیرد. در صورت انتخاب بیشتر:
 - اگر هر دو بازیگر ارزش بالاتر از $r+\Delta$ یا کمتر از r باشند که تفاوتی ایجاد نمی شود.
 - اگر یکی بالاتر و یکی پایین تر باشد که با احتمال $2r(1-r)$ رخ می دهد سود فروشنده را به اندازه Δ اضافه می کند.
 - اگر یکی ارزش بین r و $r+\Delta$ و دیگری کمتر از r باشد که با احتمال $2\Delta r$ رخ می دهد، انتخاب $r+\Delta$ سود را به اندازه r کم می کند.
 - اگر یکی بین و دیگری بالاتر باشد که با احتمال $2\Delta(1-r)$ رخ می دهد، سود را به اندازه Δ اضافه می کند. (سود انتظاری از درجه دوم)
- در بهینه r تغییرات اندک نباید مهم باشد پس $\Delta * 2r(1-r) = r * 2\Delta r$ پس $r=1/2$ مشابه یک نفره!

حراج خرید-قطعی – استفاده در eBay

- دو پیشنهاد دهنده با ارزش از توزیع $U[100,200]$
- فروشنده حراج تصاعدی با این قید که اگر خریداری در وسط حراج قیمت p را پیشنهاد دهد خرید-قطعی به وی می‌شود.
- ادعا: خرید-قطعی در برخی مواقع اگر $p < 50$ باشد رخ می‌دهد
- فرض کنید رقیب هرگز از گزینه خرید-قطعی استفاده نکند.
- اگر بازیگری با ارزش v از گزینه خرید قطعی استفاده نکند، وی انتظار دارد با احتمال $(v-100)/200$ برنده شود و مبلغ $(100+v)/2$ را بپردازد و سود انتظاری وی $(v-100)^2/400$ است.
- خریدار الان می‌تواند خرید قطعی کند که سود $v-p$ دارد پس اگر $v-p > (v-100)^2/400$
- تعادل: هر خریدار خرید-قطعی اگر $v > v^*$ وگرنه صبر در حراج می‌کند.
- ادعا: معرفی گزینه خرید-قطعی سود بنگاه را کاهش می‌دهد!
- چون در حراجی معمولی بالاترین ارزش برنده می‌شود، اینجا ممکن است چند نفر همزمان درخواست دهند! که باید سکه بندازند.

حراجی بهینه

- قضیه «برابری عملکرد»: درآمد انتظاری هر حراجی برابر درآمد حاشیه‌ای انتظاری از بازیگر برنده.
- قضیه مایرسون: بین تمام حراجی‌ها، حراجی بهینه زیر بیشترین درآمد را دارد:
- بازیگران ارزش خود را به فروشنده پیشنهاد می‌دهند.
- بازیگران با بیشترین درآمد حاشیه‌ای برنده می‌شود بشرط $MR > 0$
- برنده مقداری برابر کمترین مقداری که اگر پیشنهاد دهد همچنان برنده است را پرداخت می‌کند.

• نکات:

- نظام پرداخت/توزیع باعث می‌شود هر کسی اطلاعات نهانی‌اش را بگوید (راهبرد اثبات‌کننده)
- اگر بازیگران متقارن باشند، حراج بهینه با کف قیمت خواهد بود.
- در حراج نامتقارن، گرایش به سمت تخصیص برای بازیگران با مطلوبیت حاشیه بالاتری که احتمالاً ارزش کمتری دارند!

بازیگران نامقارن:

• دو بازیگر با ارزش‌های از $U[0,80]$ و $U[20,60]$

• تقاضای (q) در قیمت p یعنی احتمالی که ارزش وی بالاتر از p است

• تقاضای معکوس $P(q)$ یعنی قیمتی که با احتمال q خریدار است

• بازیگر ۱: $P(q)=60-40q$ و $MR(q)=60-80q$

• بازیگر ۲: $P(q)=80-80q$ و $MR(q)=80-160q$

• درآمد حاشیه‌ای بصورت تابعی از ارزش

• اگر v ارزش، پس q احتمال ارزش بالاتر

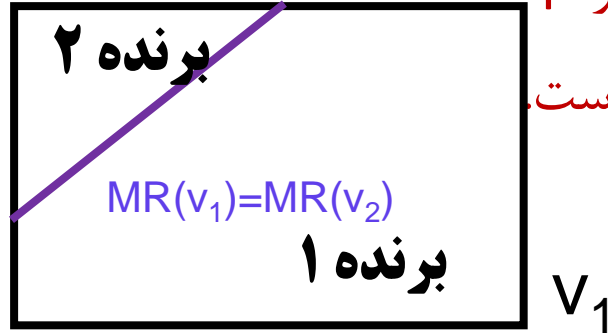
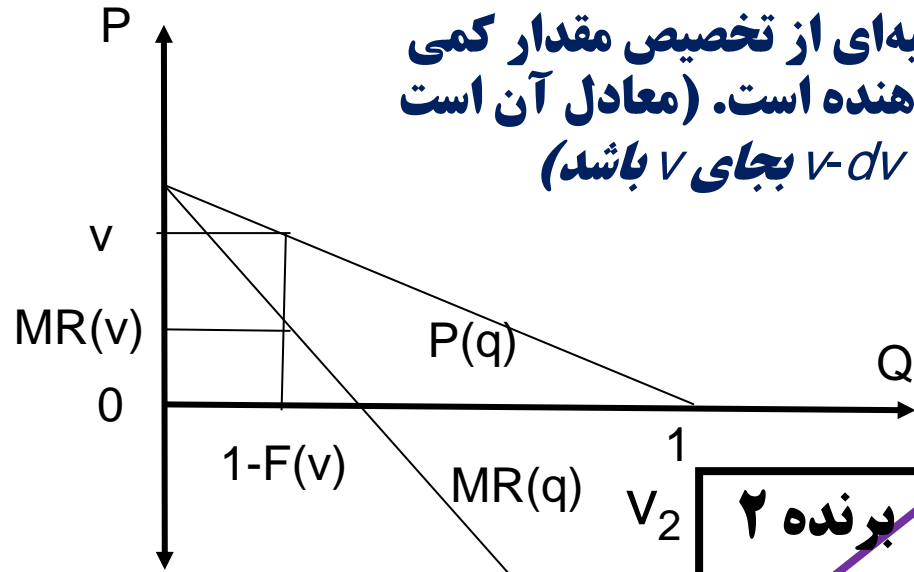
• بازیگر ۱: $MR(v) = 2v-60$

• بازیگر ۲: $MR(v) = 2v-80$

• حراجی بهینه توزیعی است که درآمد را بیشینه می‌کند

• سود حراجی برابر متوسط درآمد حاشیه‌ای برنده

$MR(v)$ برابر در آمد حاشیه‌ای از تخصیص مقدار کمی مصرف بیشتر برای پیشنهادنده است. (معادل آن است که اجازه دهیم ارزش وی $v-dv$ بجای v باشد)

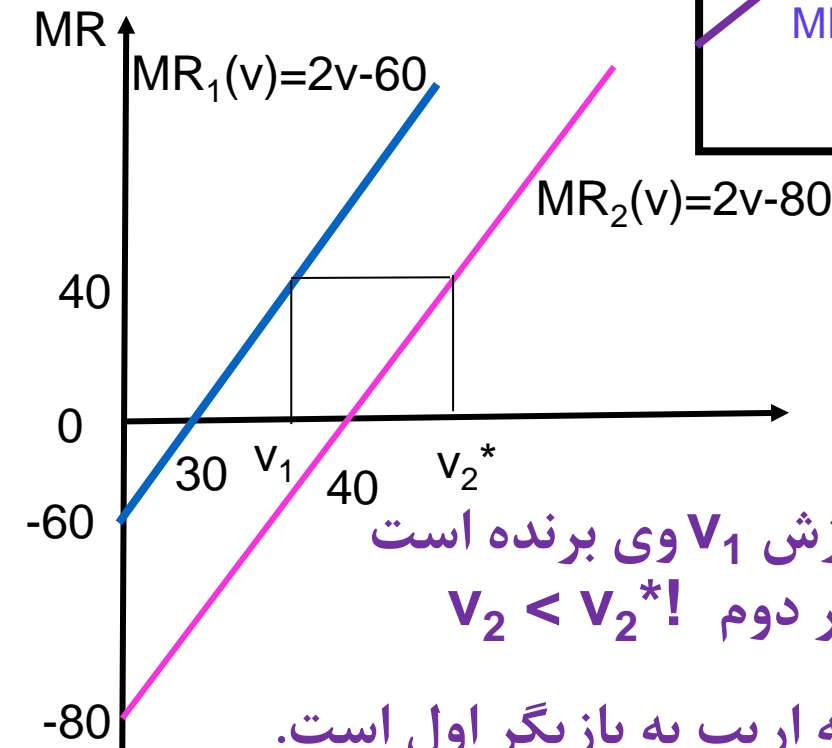


بازیگر ۱ ممکن است ارزش کمتری ولی درآمد حاشیه‌ای بالاتر داشته باشد

اگر بازی ۱ دارای ارزش v_1 وی برنده است

اگر ارزش بازیگر دوم $v_2 < v_2^*$

حراجی بهینه اریب به بازیگر اول است.



حراج کیف-جیبی و نحسی برنده شدن

- کالای برای فروش: موجودی پول کیف جیبی!
- فرض کنید، مزایده قیمت دوم، چقدر پیشنهاد می‌دهید؟
- فرض کنید یک نفر موجودی پول را دید باشد! آیا در پیشنهاد شما تاثیری دارد؟
- وقتی تمام هم‌کلاسی‌ها اطلاعاتی از موجودی دارند! برنده شدن، یعنی آنها به موجودی کمتر از تو باور دارند!
- بردن «خبر بد» است
- اگر تو تصور موجودی ۱۰۰ تومان داشته باشی، بدانی که سایرین باور به میزان کمتری دارند! باعث می‌شود تو برآوردت را کمتر کنی!
- پیشنهاد قیمت‌ها در تعادل اثر «نحسی برنده شدن» را در نظر می‌گیرد!

حراجی با ارزش مشترک

- مدل با «برآورد ناقص» و حراجی قیمت دوم!
- دو متقاضی با ارزش مشترک v
- متقاضی اول برآورد $s_1 = v + e_1$
- متقاضی دوم تخمین $s_2 = v + e_2$ ، که خطاهای e_1, e_2 مستقل هستند
- بازیگران چگونه باید اثر نحسی برنده شدن را لحاظ کنند!
- تعادل: متقاضیان راهبرد $b(s_i) = E[v | s_i, s_j = s_i]$ را دنبال می کنند.
- اثبات: فرض کنید $b(s)$ راهبرد تعادل i باشد اگر ارزش وی S_i باشد
- تغییر پیشنهاد زمانی اثری ندارد اگر و تنها اگر نفر دوم هم دقیقاً همین مقدار پیشنهاد دهد
- این حالت بی تفاوتی بازیگر که هیچ انگیزه انحراف ندارد است!

نحسی برنده یا بازنده شدن!

- اگر از دقت میانگین بقیه بازیگران اطلاع داشته باشد، انگیزه برای پیشنهاد بیشتر یا کمتر می شود!
- **حالت ۱: ۱۰** متقاضی، یک کالا و حراجی قیمت دوم!
 - پیشنهاد بهینه متوسط ارزش مشروط به ارزش مشاهده شده فرد و اینکه دومین ارزش بالا برابر ارزش وی باشد!
 - نحسی برنده شدن، کمتر پیشنهاد می دهد
- **حالت ۲: ۱۰** متقاضی و ۸ کالا، برنده ها قیمت نفر نهم را می پردازند
 - پیشنهاد بهینه متوسط ارزش مشروط به ارزش مشاهده فرد و اینکه این ارزش را نفر نهم دیده باشد!
 - نحسی بازنده شدن! اگر بازنده شود یعنی خیلی کمتر از بقیه ارزش دیده!
 - بیشتر از ارزش خودش پیشنهاد می دهد!

قضیه برابری عملکرد!!

- قضیه: (وبر-میلگروم) اگر متقاضیان دارای تخمینی همبسته از یک کالا با ارزش مشترک باشند، حراجی باز منجر به درآمد بیشتر از حراجی پاکت بسته می‌شود!
- در هر دو حالت متقاضی با بالاترین ارزش برنده می‌شود.
- در حراجی قیمت اول پاکت بسته، پیشنهاد مستقل از تخمین (ارزش واقعی) نفر دوم است!
- در حراجی افزایشی، پرداخت تابعی از دومین تخمین (ارزش واقعی) است
- در حراجی باز اگر ارزش سایر بازیگران خوب باشد، پیشنهاد برنده بیشتر و اگر ارزش سایرین بد باشد، پیشنهاد برنده کمتر می‌شود
- پس حراجی باز سود متقاضی را کم و درآمد حراجی را افزایش می‌دهد.

اصل ارتباط‌دهی

- اصل ارتباط‌دهی: فرض کنید فروشنده می‌تواند به متقاضیان دسترسی به اطلاعات بهتری بدهد. در این صورت درآمد بصورت متوسط افزایش می‌یابد، اگر اطلاعات عمومی باشد.
- اطلاعات عمومی می‌تواند پیشنهاد را افزایش یا کاهش دهد.
- عمومی‌سازی اطلاعات، خودش خبر خوب برای بازیگر با ارزش بالا است
- افشای اطلاعات، فرد با بیشترین اطلاعات را در جهت درست ترغیب می‌کند

تجميع اطلاعات

- اگر تعداد زيادى متقاضى باشد كه در حراجى قيمت اول و دوم و تصاعدى بازى كنند آيا برنده مقياس خوبى از ارزش است؟
- در موقعيتهاى مشخص، حراجى تجميع اطلاعات را بنحوى انجام مى دهد كه تخمين خوبى از ارزش کالا مى دهد. (ميلگروم)
- تخمين متقاضيان بصورت $s_i = v + e_i$
- در حراج قيمت دوم $b_i = E[v | s_j = s_i]$
- اگر پيشنهادات را مرتب كنيم $b_1 > b_2 > \dots > b_N$
- در اين صورت قيمت حراج $\text{Price} = b_2 = E[v | s_2 \text{ is tied for high } s]$
- با تعداد زيادى متقاضى "s₂ is tied for high s" اصولاً يك فرض صحيح است و تخمين دقيقى از ارزش مشترك!
- يك فرض مخفى: متقاضيان با تخمين پرت هنوز در خصوص ارزش خود مطمئن هستند!

حراج ارزش مشترک و اطلاعات نامتقارن!

- اطلاعات نامتقارن و ارزش مشترک
 - یک متقاضی دقیقا ارزش کالا را می داند v
 - دیگران باور دارند v از توزیع $U[0,1]$ برداشت شده است.
 - در حراجی تصاعدی، دیگران به قیمت صفر می رسند
- در حراجی قیمت اول چه اتفاقی می افتد؟
- تعادلی وجود ندارد وقتی دیگران راهبرد محض را بازی می کنند.
- فرض کنید متقاضی مطلع انتظار دارد دیگران نرخ b پیشنهاد می دهند
- اگر $b > v$ فرد مطلع پیشنهاد نمی دهد یا کمتر از ارزش کالا پیشنهاد می دهد
- پس اگر دیگران برنده شوند حتما $v < b$ است و دیگران حتما ضرر خواهند کرد!
- پس $b > 0$ نمی تواند بهینه باشد و چنین تعادل محضی نمی تواند وجود داشته باشد!
- تعادل محضی با $b = 0$ نیز وجود ندارد چراکه فرد مطلع هم صفر را پیشنهاد می دهد و حال دیگران کمی بیشتر پیشنهاد می دهند و سود مثبت می گیرند.

حراج ارزش مشترک و اطلاعات نامتقارن!

- در تعادل، دیگران بین پیشنهادات مختلف ترکیب می کنند! که هر پیشنهاد به وی سود انتظاری صفر می دهد!
- دیگران کمتر از x را با احتمال $P(x)=2x$ پیشنهاد می دهند.
- فرد مطلع پیشنهاد $b(v)=v/2$ را می دهد زمانیکه ارزش کالا v است.
- مشخصات تعادل که کسی انگیزه برای انحراف ندارد!
- پیشنهاد طرفین به صورت یکنواخت بین $[0,1/2]$ توزیع شده است
- فرد مطلع دقیقاً نیمی از زمان ها برنده می شود ولی با احتمال بیشتری زمانیکه v بالا است برنده می شود و سود مثبت کسب می کند.
- دیگران نیز نیمی از مواقع برنده می شوند ولی سود متوسط ایشان صفر است.
- سود دیگران به ازای هر x برابر صفر است. با فرض $g(x)=b^{-1}(x)$ یا به عبارتی $g(x)=2x$
- $\pi(x)=Pr(b(v)<x)(E[v | b(v)<x]-x)=Pr(v<g(x))(E[v | v<g(x)]-x)=g(x)*[g(x)/2-x]=0$

حراج ارزش مشترک و اطلاعات نامتقارن!

- مسئله فرد مطلع

- با اطلاع از v انتخاب می کند $P(b)(b-v)$ را بیشینه کند.

- شرط مرتبه اول همسایه برابر $b=v-P(b)/P'(b)$

- ولی ما می دانیم $b(v)=v/2$ بنابراین $P(b)=2b$

جمع‌بندی

- بسیاری از حراجی‌ها بخشی از ماهیت ارزش مشترک دارند
- در حراجی ارزش مشترک:
- حراجی که اطلاعات متقاضیان را در قیمت تجمیع کند می‌تواند درآمد بیشتری بدست دهد.
- اگر تعداد زیادی متقاضی باشند، قیمت شاخص خوبی برای ارزش کالا است.
- توزیع اطلاعات برای نتیجه بازی بسیار با اهمیت است

واژگان

- Common Value Action حراج ارزش مشترک
- Sponsored search auctions حراجی گردیدن باحامی
- Ascending auction حراجی تصاعدی
- Second price auction حراجی قیمت دوم
- Vickrey auction حراجی ویکری
- Sealed tender مزایده پاکتی
- Descending price حراجی تنزلی
- All-pay auction حراجی همه پرداز
- Revenue equivalence theorem قضیه برابری عملکرد
- Auction with reserve price حراجی با کف قیمت
- Buy-it-Now Auctions حراجی خرید قطعی
- Optimal auctions حراجی بهینه
- expected marginal revenue درآمد حاشیه‌ای انتظاری
- strategy-proof راهبرد اثبات کنند
- “Asymmetric” Bidders بازیگران نامتقارن
- Wallet auction حراجی کیف-جیبی
- Winner’s curse نحسی برنده شدن
- Linkage principal اصل ارتباط دهی
- Information aggregation تجميع اطلاعات
- Envelope Theorem قضیه پوش

پیوست: قضیه پوش

- مسئله بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید

$$U(v) = \max_{b \in B} u(b, v) = u(b^*(v), v)$$

- بهینه سازی به این معنی است که $b=b^*(v)$

$$u_b(b, v) = 0$$

- با مشتق زنجیره ای داریم:

$$U'(v) = u_b(b^*(v), v)b^{*'}(v) + u_v(b^*(v), v)$$

- به این قضیه پوش می گویند:

$$U'(v) = u_v(b^*(v), v)$$

پیوست: اثبات قضیه برابر سود

- فرض کنید در حراجی هر بازیگری پیشنهاد b را می‌دهد.
- بازیگران ارزش v دارند.

$$\max_{b \in B} v \cdot \Pr(\text{Win} \mid b) - E[\text{Payment} \mid b]$$

- اگر $U(v)$ سود انتظاری بازیگر باشد (نتیجه بهینگی) در این صورت:

$$U'(v) = \Pr(\text{Win} \mid b^*(v))$$

- در این صورت سود انتظاری بازیگر به صورت:

$$U(v) = U(0) + \int_0^v \Pr(\text{Win} \mid \tilde{v}) d\tilde{v}$$

پیوست: اثبات قضیه برابر سود

- پس مستقل از قواعد حراجی (که چطور برنده با چه قیمتی تعیین می شود) سود انتظاری تنها به احتمال برنده شدن در تعادل (که تابعی از ارزش است) وابسته است.

$$U(v) = U(0) + \int_0^v \Pr(\text{Win} | \tilde{v}) d\tilde{v}$$

- اگر حراجی همواره یک نتیجه بدهد در تعادل (یک برنده) باید سود انتظاری برنده یکسان باشد.
- همچنین باید برای فروشنده سود یکسانی داشته باشد!
- چرا که سود فروشنده برابر کل مازاد منهای سود انتظاری بازیگران است.