# امتحان نهایی اقتصاد انرژی

**محمدحسین رحمتی**

**بهار ۱۳۹۹**

۱. مدل رقابت استراتژیک مشابه مقاله Hortacsu , Puller در بازار عمده فروشی برق را بیاد بیاورید. در این بازار به صورت Uniform Price رقابت انجام می‌شود و فرض کنید $N > 2$ بنگاه متقارن به رقابت می‌پردازند. فرض کنید تابع هزینه کل هر بنگاه به صورت $TC(Q) = k + aQ + \frac{1}{2}bQ^2$ که Q برابر میزان تولید است. در این صورت تابع هزینه حاشیه برابر $MC(Q) = a + bQ$ است که در این صورت تابع عرضه واقعی برابر $S^{true}(p) = \frac{1}{b}p - \frac{1}{b}$ است. فرض کنید هر بنگاه i دارای موقعیت قراردادی $QC_i$ است که $QC_i$ به صورت iid بین بنگاه‌ها توزیع شده است.

a. در این مسئله به دنبال symmetric Bayesian-Nash equilibria هستیم که تابع عرضه هر نیروگاه به صورت خطی $S_i(p) = S(p, QC_i) = \alpha + \beta p + \gamma QC_i$ باشد. در این صورت احتمال اینکه قیمت تعادلی بازار کمتر از قیمت داده شده p باشد به شرط آنکه میزان عرضه بنگاه i برابر $S_i(p)$ باشد. (راهنمایی: شما باید معادله توزیع احتمالی $H(p, S_i(p))$ را بنویسید. فرض کنید $Q^{tot} - \gamma \sum_{j \neq i} QC_j = \theta_{-i}$ یک متغیر تصادفی است)

b. مسئله بهینه‌سازی بنگاه در بازار برق را به صورت کلی بنویسید و معادله first-order condition را استخراج کنید.

c. با توجه به نتایج بخش a نشان دهید $\frac{\frac{\partial H(p,S_i(p))}{\partial S_i}}{\frac{\partial H(p,S_i(p))}{\partial p}} = \frac{1}{(N-1)\beta}$

d. حال از فرض تابع هزینه در متن سوال و البته فرض تابع عرضه بهینه خطی بخش a و نتیجه بخش c استفاده کنید و معادله first order condition را ساده سازی کنید. نشان دهید که مقدار بهینه $\beta$ دو مقدار دارد. این دو مقدار را بدست آورید.

e. یکی از مقادر بهینه $\beta$ برابر صفر است. در این صورت تابع عرضه بهینه هر بنگاه را بدست آورید (یعنی مقادیر بهینه $\alpha, \gamma$ را هم بدست آورید) این جواب را تحلیل کنید و نشان دهید چرا به آن علاقه مند نیستیم.

f. جواب دوم را بدست آورید، در حالت نشان دهید منحنی عرضه استراتژیک بالاتر و یا پایین تر و یا منحنی عرضه واقعی را قطع می‌کند.

۲. یک جامعه یک منبع طبیعی تجدیدناپذیر را بنحوی استخراج می‌کند که مطلوبیت انتظاری تنزیل شده خود را بیشینه کند. فرض کنید در هر دوره میزان $q(t)$ اگر استخراج شود آحاد اقتصادی مطلوبیت $U(q(t))$ را کسب می کند. تابع مطلوبیت خصوصیات استاندارد را دارا می‌باشد بنحویکه $U(0) = 0, U'(q) > 0, U''(q) < 0, \lim_{q\to 0} U'(q) = \infty$ در هر دوره میزان منابع استخراج شده آلودگی به اندازه $\alpha q(t)$ ایجاد می کنند که $\alpha$ مقدار ثابتی است. آلودگی هیچ آسیبی به جامعه وارد نمی کند مگر آنکه مجموع آلودگی ایجاد شده از ابتدا که برابر مقدار $\alpha Q(t)$ است برابر مقدار $Z$ شود. بنابراین کل استخراج از ابتدا در هر لحظه برابر $Q(t)$ است. توجه کنید که $Z$ یک متغیر تصادفی است در همان ابتدای جهان از توزیع احتمالی $f(Z)$ برداشت می شود و دانسته است. اگر میزان مجموع آلودگی جهانی به میزان $Z$ برسد بعد از آن جهان نابود می شود و در این صورت $U = 0$ خواهد بود. توجه کنید فرض می کنیم نرخ تنزیل برابر $r$ است و داریم $\frac{U(q)}{U\prime(q)} - q > 0$

a. مسئله بهینه سازی جامعه را بنویسید

b. شرایط لازم بهینگی را بدست آورید؟ می توانید شرط Transversality را در نظر نگیرید.

c. مقدار $\dot{q}$ را بدست آورید که ارزش سایه نداشته باشد (نگرانی از محدویت قید نابودی جهان وجود نداشته باشد؟

d. عبارتی برای مقدار بهینه $\dot{q}$ زمانیکه نااطمینانی وجود ندارد بدست آورید؟ حال فرض کنید مقدار $Z$ مشخص نیست (یا فرض کنید هر دوره از توزیع بدست می آید و آحاد اقتصادی از آن اطلاعی ندارند) بحث کنید و یا نشان دهید نااطمینانی چطور میزان $\dot{q}$ را تحت تاثیر قرار می دهد. کافی است بحث کنید اگر Q تابحال استخراج شده است نسبت به حالت

بدون نااطمینانی چقدر بیشتر یا کمتر طول کشیده و از الان تا آینده استخراج چقدر بصورت متوسط طول خواهد کشید اگر میزان $Z$ همان مقدار بدون نااطمینانی باشد (ولی $Z$ را نمی دانیم)