



تاریخ امتحان: ۸۹/۱۰/۲۸
مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

امتحان نهایی از بخش دوم ریاضی مهندسی

۲۲ - ۰۳۵

نیمسال اول ۹۰-۸۹

سؤال ۱. فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی متناوب با دوره تناوب 2π باشد که روی $[-\pi, \pi]$ با ضابطه $f(x) = e^x$ داده شده است. سری فوری f را به دست آورید و سپس با استفاده از قضیه فوریه مقدار سری

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

را محاسبه کنید.

سؤال ۲. فرض کنید تابع $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = e^{-x} \cos x$ داده شده است. انتگرال فوریه کسینوسی f را به دست آورید و سپس با استفاده از قضیه انتگرال فوریه مقدار انتگرال

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 4} \cos 2\pi x \, dx$$

را محاسبه کنید.

سؤال ۳. مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله اشتورم-لیوویل زیر را به دست آورید و سپس تابع f با ضابطه $f(x) = 1$ را بر حسب توابع ویژه مسئله بسط دهید.

$$\begin{cases} X'' + \lambda X = 0 : 0 < x < 1 \\ X(0) = 0 \\ X(1) + X'(1) = 0 \end{cases}$$

سؤال ۴. جواب صوری مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} : 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 1 \\ u(0, t) = 0 \\ u(1, t) + u_x(1, t) = 0 \end{cases}$$

سؤال ۵. جواب صوری مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 : 0 < x < \pi, y > 0 \\ u(x, 0) = \frac{\pi}{4} \\ u(0, y) = 0 \\ u(\pi, y) = 0 \\ \lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y) < \infty \end{cases}$$

توزیع نمره. هر سؤال ۲۰ نمره دارد.