

به نام خدا

تمرین ریاضی مهندسی سری ۷

۱- مسائل مقدار اولیه - مرزی زیر را به کمک تبدیل فوریه متناهی حل کنید (حل مسائل

با علامت (\*) فقط اجباری است)

1-1)

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 1 \quad (*)$$

$$u(x,0) = 0 \quad u_t(x,0) = 0$$

$$u(0,t) = 0 \quad u(\pi,t) = 0$$

1-2)

$$u_t = u_{xx} + u$$

$$u(x,0) = x$$

$$u_x(0,t) = 0 \quad u_x(\pi,t) = \frac{\pi}{2}$$

1-3)

$$u_t - u_{xx} + u = u_0 \quad (*)$$

$$u(x,0) = x$$

$$u(-\pi,t) = u(\pi,t) + t$$

$$u_x(-\pi,t) = u_x(\pi,t) - t$$

1-4)

$$u_{tt} + u_t = u_{xx} + xt$$

$$u(x,0) = 0 \quad u_t(x,0) = 0$$

$$u_x(0,t) = 0 \quad u_x(\pi,t) = u_0$$

1-5)

$$u_t = c^2 u_{xx} + k\delta(x - v_0 t) \quad (*)$$

$$u(x,0) = 0 \quad u(0,t) = 0 \quad u(\pi,t) = 0$$

$$\delta(x-a) = \begin{cases} 0 & |x-a| > \varepsilon \\ \frac{1}{2\varepsilon} & |x-a| \leq \varepsilon \end{cases} \quad \varepsilon \rightarrow 0$$

1-6)

$$u_{tt} + u_{xxxx} = f(x,t) \quad (*)$$

$$u(x,0) = 0 \quad u_t(x,0) = 0 \quad u(0,t) = 0$$

$$u_{xx}(0,t) = 0 \quad u(\pi,t) = 0 \quad u_{xx}(\pi,t) = 0$$

$$f(x,t) = \begin{cases} q_0 & |x - v_0 t| \leq a \\ 0 & |x - v_0 t| > a \end{cases} \quad v_0, a \text{ are constant}$$