

۱- اگر $a \neq 0$ ، عددی غیر صحیح باشد، سری فوری تابع $f(x) = \cos ax$ را در بازه $0 < x < 2\pi$ مطابق محاسبه کرده و با استفاده از آن مقدار سری زیر را به دست آورید. (۲۰ نمره)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 - a^2}$$

۲- تابع $f(x)$ را از معادله انتگرالی زیر به دست آورید. (۱۰ نمره)

$$\int_0^{\infty} f(x) \cos(xt) dx = \begin{cases} \pi/4 \cos t & |t| \leq \pi/4 \\ 0 & |t| > \pi/4 \end{cases}$$

۳- معادله یک تا مرتعش به طول یک به صورت زیر است. مقدار دقیق $u(1/4, 2)$ را به دست آورید.

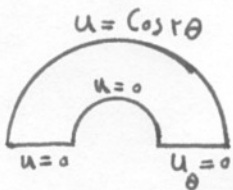
$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) &= x(x-2) \\ u_t(x, 0) &= \sin^2 x \\ u(0, t) = u_x(1, t) &= 0 \end{aligned}$$

(۲۰ نمره)

۴- فرم کانونی معادله زیر را به دست آورید. (۱۰ نمره)

$$u_{xx} + y^2 u_{yy} + y u_y = 0$$

۵- معادله $\Delta u = 0$ را در ناحیه $1 < r < 2$ ، $0 < \theta < \pi$ با شرایط مرزی زیر حل کنید. (۲۰ نمره)



$$\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} \quad (\text{راضایی})$$

۶- جوابی برای معادله حرارت زیر پیدا کنید.

$$u_t - u_{xx} = e^{-2x^2 + 2t}$$

$$u(x, 0) = e^{-2x^2} \quad (-\infty < x < \infty, 0 < t)$$

موفق باشید.