

میان ترم درس معادلات دفرانسیل با بسط جبری - ترم ۸۴-۸۵ - وقت ۲ ساعت

۱- سری فوریه تابع  $f(x) = \cos ax$  در بازه  $-\pi < x < \pi$  را می‌سب کرده و با استفاده از آن مقدار سری زیر را بدست آورید.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 - a^2} \quad (a \text{ عددی غیر صحیح است.})$$

۲- مفهوم بهترین تقریب تابع توسط توابع مثلثاتی  $\{1, \sin \frac{\pi x}{2}, \cos \frac{\pi x}{2}, \dots\}$  را توضیح داده و نشان دهید سری

فوریه بهترین تقریب تابع  $f$  در بازه  $(-l, l)$  است.

۳- نشان دهید شکل عمومی همه جوابهای معادله  $x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = 0$  به صورت زیر است:

$$u = F(xy) + x G\left(\frac{y}{x}\right)$$

۴- مقدار  $u\left(\frac{1}{3}, 2\right)$  را از معادله موج زیر بدست آورید.

$$u_{tt} - 4u_{xx} = 0 \quad 0 < x < 1, 0 < t$$

$$u(x, 0) = x e^{-x}$$

$$u_t(x, 0) = \cos(\pi x)$$

$$u(0, t) = t$$

$$u_x(1, t) = 0$$

در انتهای امتحان نامی زدن ممنوع است.