

(۱) برای محاسبه عبارت  $a^2 - b^2$  به دو روش  $A = a^2 - b^2$  و  $B = (a - b)(a + b)$  می‌توان عمل کرد. خطای محاسبه در هر روش را با توجه به اینکه خطای نسبی گرد کردن  $\delta$  است، بدست آورید.

(۲) به روش تکرار ساده، ریشه معادله  $x = \cos(\pi x)$  را با دقت ۳ رقم اعشار بدست آورید.

(۳) دستگاه خطی زیر را به روش گاوس حل کنید و سه گام از تصفیه تکراری را به کار ببرید. بعد از هر تکرار  $r$  و  $x$  را به دست آورید. (با دقت دو رقم اعشار)

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 110 \\ 3x_1 + 2x_2 + 15x_3 = 65 \\ 2x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 47 \end{cases}$$

(۴) الف - فرض کنید  $f(x)$  یک تابع مفروض و  $x_0, \dots, x_n$  نقاط متمایز باشند. ثابت کنید اگر  $z_0, \dots, z_n$  ترتیب جدیدی از این نقاط باشد، آنگاه

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = f[z_0, z_1, \dots, z_n]$$

ب - تعریف کنید  $g(x) = f[x_0, x_1, \dots, x_n, x]$  و نشان دهید

$$g'(x) = f[x_0, x_1, \dots, x_n, x, x]$$

(۵) اگر  $f$  در سه نقطه  $x_0 - h$ ،  $x_0$  و  $x_0 + h$  معلوم باشد.

الف - نشان دهید

$$f''(x) \simeq \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}$$

ب - خطای برشی این فرمول متناسب با چه توانی از  $h$  خواهد بود؟

پ - اگر  $f$  در معادله دیفرانسیل  $f'(x) = 4f(x)$  صدق کند و  $f(0.20) = 1.4918$  و  $f(0.25) = 1.6487$ ، مقدار تقریبی  $f(0.15)$  و  $f(0.30)$  را پیدا کنید.

(۶) مقدار انتگرال زیر را با روش نقطه میانی ( $h = 0.25$ ) تقریب بزنید.

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$$

(۷) نشان دهید برای هر بازه  $(a, b)$ ، نقاط  $x_0, x_1, \dots, x_n$  درون این بازه و مقادیر  $A_0, \dots, A_n$  وجود دارند که تقریب انتگرال زیر برای چندجمله‌ایهای از درجه حداکثر  $2n + 1$  دقیق باشد. خطای این تقریب را به دست آورید.

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$$

(۸) روش اویلر را برای حل عددی معادله  $y' = f(x, y)$  بیان کنید، خطای بدست آمده را در صورتیکه خطای گرد کردن حداکثر  $\delta$  باشد، محاسبه کنید.