

به نام خدا

میان ترم جبر خطی اردیبهشت ۸۵

وقت ۱۵۰ دقیقه

۱- بعد فضای جواب دستگاه زیر را برای مقادیر مختلف  $\lambda$  به دست آورید. (۱۵ نمره)

$$x + y + \lambda z = 1$$

$$x + \lambda y + z = \lambda$$

$$\lambda x + y + z = 1$$

۲- ماتریس  $\text{adj} A$  را تعریف کرده و ثابت کنید. (۲۰ نمره)

$$A^{-1} = \frac{\text{adj} A}{\det A}$$

۳- زیر فضای  $W$  توسط بردارهای

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

تولیدی شود.

الف - نشان دهید بردارهای  $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$  یک پایه برای  $W$  تشکیل می دهند.

ب - مختصات هر یک از بردارهای  $v_1, v_2, v_3$  را در این پایه پیدا کنید. (۲۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad - 4$$

الف - ماتریسی را پیدا کنید که فضای بوج آن برابر زیر فضای تولید شده توسط سطرها  $A$  است.

(۲۵ نمره)

ب - یک پایه برای فضای ستونی  $A$  پیدا کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

۵- الف - چند جمله ای ویژه، مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس  $A$  را محاسبه کنید.

ب - درایه های ماتریس  $A^{1000}$  را مشخص کنید. (۲۵ نمره)

در امتحانات واقعی زندگی موفق باشید.