

۱. تمام مقادیر a را طوری بیابید که دو خط زیر در \mathbb{R}^3 روی یک صفحه قرار گیرند. (۳ نمره)

$$\{t(a, 2, 0) + (-1, 0, -1) : t \in \mathbb{R}\} \text{ و } \{t(2, 3, 2) + (1, 2a, 1) : t \in \mathbb{R}\}$$

۲. فرض کنید

$$\mathbf{u} = (1, 0, 2, 1) \quad \mathbf{v} = (0, 1, -2, 1) \quad \mathbf{A} = (1, 1, 1, 1) \quad V = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$$

الف. معادله خطی را بیابید که از \mathbf{A} می‌گذرد و فضای V را قطع می‌کند و بر آن عمود است. (۲ نمره)

ب. فاصله \mathbf{A} از فضای V چقدر است؟ (۲ نمره)

ج. حجم متوازی السطوح تولید شده توسط بردارهای \mathbf{u} ، \mathbf{v} و \mathbf{A} چقدر است. (۲ نمره)

۳. ماتریس تبدیل خطی $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ در پایه استاندارد به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

پایه‌ای برای \mathbb{R}^3 بیابید که ماتریس نمایش T در آن قطری باشد. این ماتریس قطری چیست؟ (۴ نمره)

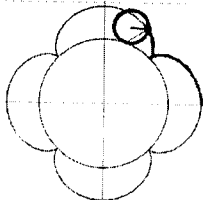
۴. نشان دهید ماتریس زیر یک دوران در \mathbb{R}^3 را مشخص می‌کند. محور و زاویه دوران را بیابید. (۴ نمره)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۵. فرض کنید ذره‌ای با سرعت ثابت در فضا حرکت می‌کند. نشان دهید بردار شتاب آن همواره بر بردار سرعتش عمود است. (۱ نمره)

ب. اگر بردار شتاب این ذره در یک صفحه ثابت قرار داشته باشد و دارای طول ثابت نیز باشد نشان دهید مسیر حرکت

آن یا یک خط است یا یک دایره. (۳ نمره)



۶. چرخ‌ی به شعاع یک روی دایره‌ای به شعاع ۴ می‌چرخد. طول مسیری را که یک نقطه

ثابت روی این چرخ طی می‌کند تا دوباره به جای اولش برگردد پیدا کنید. (۴ نمره)