



پایان ترم- ۱ بهمن ۱۳۹۴
مدت امتحان: ۱۸۰ دقیقه

سؤال ۱. فرض کنید c یک عدد مختلط است که $|c| = 1$. مجموعه نقاط w در صفحه مختلط را توصیف کنید که $\frac{w}{w} = c$.

سؤال ۲. نقاط مینیمم و ماکسیمم موضعی تابع زیر را تعیین کنید. آیا این نقاط، مینیمم و ماکسیمم مطلق نیز هستند؟

$$F(x) = \int_x^{x+\pi} e^{\cos t} dt$$

سؤال ۳. تابع اولیه‌ای برای $\frac{-x^3 + x + 1}{x^5 + x^2 + x^3}$ در $x > 0$ پیدا کنید.

سؤال ۴. در مورد همگرایی یا واگرایی انتگرال ناسره $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$ به دقت بحث کنید.

سؤال ۵. فرض کنید می‌دانیم $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. می‌خواهیم با استفاده از این سری مقدار π^2 را با خطای کمتر از $\frac{1}{10}$ محاسبه کنیم. N را باید چقدر بگیریم که بتوان با محاسبه $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2}$ به نتیجه مطلوب رسید؟

سؤال ۶. دنباله a_n از اعداد حقیقی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} a_0 = 0, & a_1 = 1, \\ a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}, & (n \geq 2). \end{cases}$$

تعریف می‌کنیم $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

الف) با توجه به تعریف دنباله a_n ، نشان دهید $f(x) = \frac{2x}{2-x-x^2}$.

ب) نشان دهید که $f(x)$ در نقطه صفر تحلیلی است و شعاع همگرایی آن را حول نقطه صفر بدست آورید.

ج) با توجه به قسمت (ب)، فرمولی برای دنباله a_n برحسب n بیابید.

(هر سؤال ۲۰ نمره دارد.)

موفق باشید.