

امتحان میان ترم اول ریاضی عمومی 1

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

۱۳۸۶/۸/۱۰

۱- مکان هندسی نقاطی را در صفحه اعداد مختلط تعیین کنید که در رابطه زیر صدق کنند:

(۴ نمره)

$$|z - \bar{z}| \leq |z|^2$$

۲- فرض کنید $0 < a < 1$ عددی حقیقی باشد. دنباله a_n را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a_n = a \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{cis} \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) + \frac{1}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots, K$$

که در آن $\operatorname{cis} \left(\frac{2\pi}{n} \right) = \cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}$. درباره همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n$ چه می‌توان گفت؟

(۴ نمره)

$$\frac{n}{n^2} \leq n!$$

۳- الف- برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید:

ب- ثابت کنید سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[n]{n!}}$ همگرا است.

ج- برای محاسبه مقدار سری بالا چند جمله از آن را باید جمع کنیم تا مقدار خطا کمتر از ۰/۱ باشد. (دلیل

خود را بنویسید).

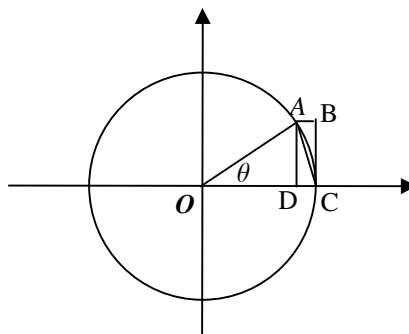
(۸ نمره)

د- آیا سری بالا همگرای مطلق است؟

۴- با توجه به شکل زیر عدد طبیعی n را طوری تعیین کنید که اگر $0 < \theta < 10^{-n}$ باشد، مقدار $\frac{\sin \theta}{\theta}$

بیشتر از ۰/۹۹۹ شود.

(۴ نمره)



با آرزوی موفقیت