

به نام او

وقت ۲ ساعت

ترم اول ۸۵

میان ترم درس توپولوژی دیفرانسیل -

۱- اگر X یک زیرحینه k -بعدی \mathbb{R}^n باشد، ثابت کنید برای هر نقطه $x \in X$ ، تابع هموار $f: U \subseteq \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^{n-k}$ وجود دارد، به طوری که نمودار آن یک همسانی x را می پوشاند. (۱۵ نمره)

۲- اگر تابع هموار $f: X \rightarrow Y$ نسبت به زیرحینه $Z \subseteq Y$ تراگذر باشد، ثابت کنید $f(Z)$ زیرحینه X است. بعد $f(Z)$ و فضای مماس هر نقطه آن را محاسبه کنید. (۲۰ نمره)

۳- ثابت کنید کلاس غوطه و در مسازیه های از حینه فشرده X به Y باید ر هستند. یک مثال نقض برای حالی که X فشرده نیست، بیان کنید. (۲۰ نمره)

۴- اگر حینه X فشرده باشد، ثابت کنید یک تابع مرس روی آن وجود دارد که در نقاط بحرانی خود متادیر مساوت اتخاذ می کند. (۲۰ نمره)

۵- حینه k -بعدی X را تواری پذیر گویند، هرگاه یک وابریختی از TX به $X \times \mathbb{R}^k$ وجود داشته باشد به طوری که برای هر $p \in X$ ، $T_p X$ را به صورت یکریختی به $\mathbb{R}^k \times \{p\}$ ببرد.

الف - ثابت کنید هر حینه k -بعدی تواری پذیر است اگر و تنها اگر k میدان برداری مستقل خطی روی X وجود داشته باشد.

ب - ثابت کنید S^3 تواری پذیر است.

(۲۵ نمره)

ج - آیا $S^1 \times S^2$ تواری پذیر است؟

موفق باشید

