

به نام او  
تمرین درس ریاضیات پیشرفته ۱  
سری ۶ - اصل دو هامل

مسائل زیر را با استفاده از اصل دو هامل حل کنید.

. . ۱

$$u_{tt} = 4u_{xx} + 3 \sin x \cos t, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \cos x \quad \text{و} \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{و} \quad u(0, t) = u(\pi, t) = t.$$

. . ۲

$$u_{tt} = u_{xx} + tx, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin x \quad \text{و} \quad u_t(x, 0) = x^2 - \pi x \quad \text{و} \quad u_x(0, t) = 0 \quad \text{و} \quad u_x(\pi, t) = t.$$

. . ۳

$$u_{tt} + 2u_t + u = u_{xx} + xt^2, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x + \sin x \quad \text{و} \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{و} \quad u(0, t) = 0 \quad \text{و} \quad u_x(\pi, t) = t^2.$$

. . ۴

$$u_{tt} - u_{xx} = 2x^2 t, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \cos \frac{3\pi}{4} x \quad \text{و} \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{و} \quad u_x(0, t) = 1 \quad \text{و} \quad u_x(1, t) = \frac{3\pi}{4}.$$

. . ۵

$$u_t = u_{xx} + 2u_x + xt, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x \quad \text{و} \quad u(0, t) = \sin t \quad \text{و} \quad u_x(1, t) = \cos t.$$

. . ۶

$$u_t = u_{xx} + xt^2, \quad -\pi < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x^2 \quad \text{و} \quad u(-\pi, t) = u(\pi, t) + t \quad \text{و} \quad u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t).$$

. . ۷

$$u_t = u_{xx} + u + x \sin t, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin 2x \quad \text{و} \quad u(0, t) = 0 \quad \text{و} \quad u(1, t) + u_x(1, t) = 0.$$

. . 8

$$u_{tt} + u_{xxxx} = xt, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = x \text{ , } u_t(x, 0) = 0 \text{ , } u(0, t) = u(\pi, t) = t$$
$$u_{xx}(0, t) = u_{xx}(\pi, t) = 0.$$

. . 9

$$u_{tt} + 16u_{xxxx} = xt^3, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = x + 1 \text{ , } u_t(x, 0) = 0$$
$$u(0, t) = u_x(1, t) = u_{xx}(0, t) = u_{xxx}(1, t) = 0.$$

. . 10

$$u_t = u_{xx} + u_{yy} + xyt, \quad 0 < x, y < 1, \quad t > 0$$
$$u(x, y, 0) = xy^3$$
$$u(0, y, t) = u_x(1, y, t) = u_y(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0.$$