

برای پاسخ سوالات استاده از جزوه و کتاب آزاد است. مدت زمان پاسخ به سوالات سه ساعت است و تا قبل از ساعت ۱۳ باید تصویر یا صفحه خود را در سامانه CW بارگذاری کنید.

۱. در سئله کنترل بهینه $\min J(y, u)$ همراه با $G(y, u) = 0$ که

$$G: Y \times U \rightarrow Z, \quad J: Y \times U \rightarrow \mathbb{R}, \quad y \in Y, \quad u \in U_{ad} \subseteq U$$

مشق پذیر هستند. (Y, U, Z فضاها باناخ هستند) تابع لاگرانژین در شرط لازم بهینگی سناطر

آنها را بنویسید. (همراه با اثبات)

۲. شرط لازم بهینگی سئله زیر را بنویسید.

$$\min J(y, u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |y - y_{\Omega}|^2 dx + \int_{\partial\Omega} e_p y ds + \frac{1}{2} \int_{\Omega} |u|^2 dx$$

$$\text{st. } \begin{cases} -\Delta y + y + y^3 = u + e_{\Omega} & \text{in } \Omega \\ \partial_n y = e_p & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$

$$0 \leq u(x) \leq 1$$

۳ با فرض فرض تعریف نقاط کنترل - حالت ، $u \mapsto y$ در حالت زیر مشتق آن را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} \partial_t y - \operatorname{div}(u \nabla y) = y(1-y) & \text{in } \Omega \\ \partial_n y = 0 & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$

فرض کنیم $2 \leq u(x) \leq 1$ و بدانیم که $y \in W(0, T)$ جواب آن به صورت یکتا وجود دارد.

۴ شرط استیبلزاسیون زیر را بنویسید.

$$\begin{cases} -\Delta y + y = f & \text{in } \Omega \\ \partial_n y = u & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$

$$u_a \leq u \leq u_b, \quad y(x) \leq 0$$

$$J(y, u) = \frac{1}{2} \|y - y_\Omega\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{\lambda}{2} \|u\|_{L^2(\partial\Omega)}^2$$