

ریاضی عمومی ۱

۱۴، ۸، ۱

جلسه هفتم

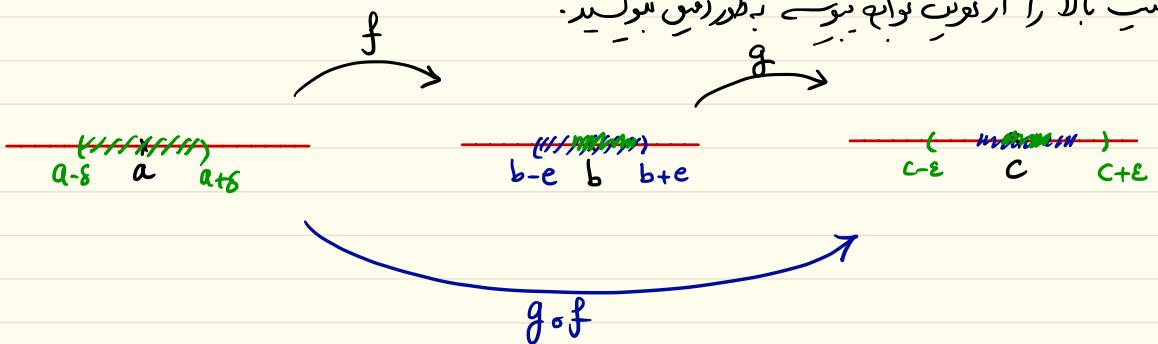
خواص تابع یوں

اگر تابع f در نقطہ a یوں ہے باہم دو $b = f(a)$. بعد وہ تابع g نزد رکا یوں ہے اہل، آنکہ

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

در نقطہ a یوں ہے است.

تمین - خاصت بالا را از کوئی توابع یوں بے طور معین سوویں.



مکمل - $g(x) = \sqrt{x}$ روی عربی $x > 0$ بیوسته است.

ضد تابع $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$ نزیرسته است. دیگر

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2x - 5}$$

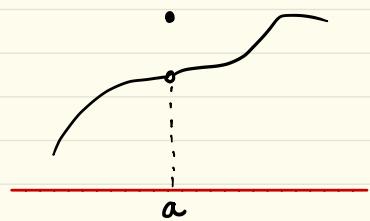
براسناد ری x کے $2x^2 + 2x - 5 < 0$ بیوسته است.

مکمل - $\sin\left(\frac{2x^2 + x - 6}{x^3 + 1}\right)$ بیوسته است براسناد $x \neq -1$.

مکمل - $\sqrt{x^7 + 2}$ در کسی هیچ مرتبه ایست روی دامنه اش پرسته است.

نوع نایپرستی : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ تعریف نایپرستی

۱ - نایپرستی رفع شدن : در آن نقطه ممکن است وحدتدارند و باهم برابر باشند.

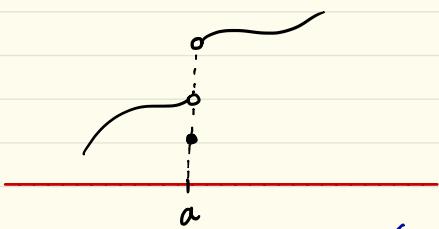


در این حالت سلسله درستخواهی ها صدایع وحدتدارند و تعداد عدد برابر با $f(a)$ است.

نسبت با اینکه اصولاً a در دامنه تابع f نباشد.

۲ - نایپرستی پرشی (jump) : ممکن است وحدتدارند و برابر نباشند.

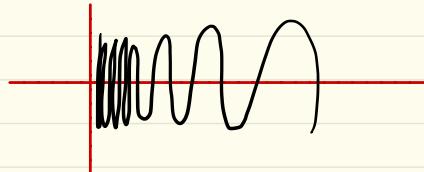
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$



در این حالت اگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ باشیم از راست نایپرستی داریم. همین در طلبی که

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ باشیم لزجی نایپرستی است.

۳- نیوپلی اسی : در این مالت لامبی از $f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ وجود ندارد.
 که برخلاف آن در آن نقطه بگران مدل $\frac{1}{x}$. یا اینکه در مکانی آن نقطه از زمان کنسل



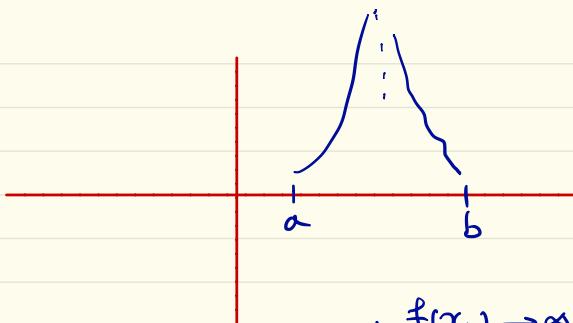
مُل - [$x^3 + 2$] سط بیوستگی این تابع همیزی هست.

نهنی - (خاصیت ماکرزم- می نیم) اگر f روی بازو $[a, b]$ پرسه است. آنها سط p و q در بازو $[a, b]$

$$x \in [a, b] \quad f(p) \leq f(x) \leq f(q) \quad \text{و صدر رانزکه}$$

$$f(q) = \max_{a \leq x \leq b} f(x) \quad , \quad f(p) = \min_{a \leq x \leq b} f(x)$$

در واقع



حالی کے عمل اسے کہ تابع مکریم نہ لایے جائے ہاں:

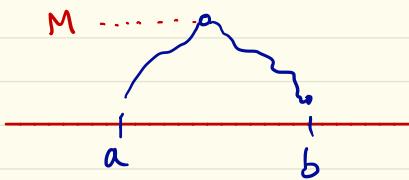
۱ در دھن بازہ $[a, b]$ بکران لے جو:

لئے اعداد $x_n \in [a, b]$ و صور داری کے $f(x_n) \rightarrow \infty$

۲ تابع کران لاراست و اگر طبقہ کران بالا ان M ہاں، نستھانی و صور دلارکے $f(q) = M$ ہاں،

شاط $[a, b]$ ہاں و صور داری کے $f(y_n) \rightarrow M$ ہاں،

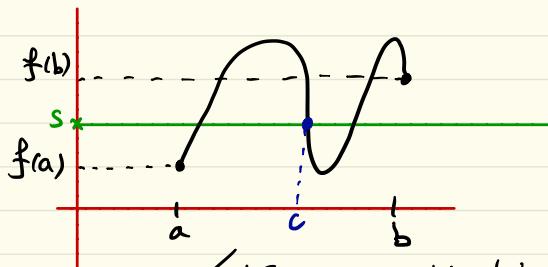
$M \notin \{f(x) : x \in [a, b]\}$



نکتہ - در نصیحت میں تھے و صور شاط مکریم در نہیں بے سُنہ است. لزومی بہلکا نہیں.

قضیہ - (خاصیت سلسلیتی) اگر تابع f روی بازو $[a, b]$ یوں سے باہمی و مغلای کی بنی $f(b), f(a)$ آنٹاہ نتھی $c \in [a, b]$

$$\therefore f(c) = s \quad \text{و چرد طریقے}$$



ذہنی خواصیت سلسلیتی این اسکے دو نتھی $(b, f(b)), (a, f(a))$ و چرد طریقے

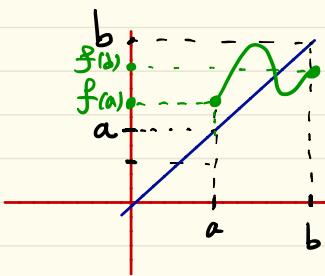
را باتیم (کہ آن خیز نظر تابع f اس) ہم وصل کشم میں درک نتھی خط $y = s$ راقطع کرنا۔

$$\therefore x^3 - x - 1 = 0 \quad \text{حل میں}$$

$$f(x) = x^3 - x - 1, \quad f(1) = -1, \quad f(2) = 5$$

$$\therefore f(c) = 0 \quad \text{دریجی سبزی خواصیت سلسلیتی نتھی} \quad c \in [1, 2] \quad \text{و چرد طریقے} \quad \therefore f(1) < s = 0 < f(2)$$

$f(c) = c$ $\forall c \in [a, b]$ مجموعه مغلقة و محدودة دالة $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ يتوافق



$$g(x) = f(x) - x : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(a) \in [a, b] \Rightarrow g(a) = f(a) - a \geq 0$$

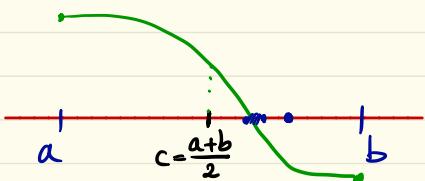
$$f(b) \in [a, b] \Rightarrow g(b) = f(b) - b \leq 0$$

$$\Rightarrow g(b) \leq 0 \leq g(a)$$

و بناءً على قيمتين متساويتين c و صورها في $[a, b]$

$$f(c) = c$$

روشن دوکسیت برای بیدار کردن رئیس:



نبرخهست سطربنی اگر $f(a)f(b) < 0$ آنهاه تابع f

چنانکه رئیس در بازه $[a, b]$ درد. روش دوکسیت که روشن مدرد است که رئیس تابع f را در ترتیب هر زند.

نقطه ربط بازه $I = [a, b]$ را در تقویت کرد. اگر $f(c)$ هم علامت $f(a), f(b)$ دارد.

وارد هم $I = [c, b]$. اگر $f(c)$ هم علامت $f(b)$ بود، وارد هم $I = [a, c]$

ینه ترتیب بنو کوهنی برای تقویت رئیس f بیدار نمود. اگر $f(c) = 0$ ، نقطه c رئیس تابع f است.

آخر جواهی رئیس را با خطا $\frac{b-a}{2^{m+1}}$ پیگیریم و الگوریتم بالا را m مرتبه اجرا کنیم. نقطه ربط بازه اشتهای بازی رئیس داشتیم

تابع صدای $\frac{b-a}{2^{m+1}}$ ناهمد دارد.