

## امتحان نظریه میدان‌های کوانتومی ۱

سوال ۱) یک تئوری شامل  $N$  فرمیون دیراکی در ۲ بعد در نظر بگیرید. در ۲ بعد ماتریس‌های پاؤلی کار ماتریس‌های دیراک را انجام می‌دهند.

الف) نشان دهید  $\gamma^0 = \sigma^2$  و  $\gamma^1 = i\sigma^1$  در جبر کلیفورد<sup>۱</sup> صدق می‌کنند، و  $\gamma^* = \sigma^3$  همان ماتریس Chirality (مشابه  $\gamma^5$  در ۴ بعد) است.

(چگالی) لاگرانژی مدلی که از آن صحبت می‌کنیم به شکل زیر است:

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k i \not{\partial} \psi_k + \frac{\lambda^2}{4} (\bar{\psi}_k \psi_k)^2.$$

ب) نشان دهید این تئوری تحت تبدیل  $\psi_k \rightarrow \gamma^* \psi_k$  متقارن است، بار پایسته این تقارن را بیابید و استدلال کنید چرا این تقارن ایجاب می‌کند در لاگرانژی فوق جرم فرمیون‌ها ظاهر نگردد.

ج) نشان دهید برای کوانتیزه کردن این تئوری و محاسبه انتگرال مسیر، می‌توان یک میدان اسکالر کمکی  $\phi$  را به کمک گرفت و ثابت کرد

$$\int \mathcal{D}\psi e^{i \int d^d x \mathcal{L}} = \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\phi e^{i \int d^d x [\sum_{k=1}^N (\bar{\psi}_k i \not{\partial} \psi_k - \phi \bar{\psi}_k \psi_k) - \frac{1}{4\lambda^2} \phi^2]}.$$

د) انتشارگر این میدان اسکالر را به دست آورید.

ه) با شمارش درجه واگرایی<sup>۲</sup> تحقیق کنید این تئوری بازبهنجارش پذیر<sup>۳</sup> است. تابع بتا ضریب جفت‌شدگی تئوری،  $\beta(\lambda)$  را در اولین مرتبه غیر صفر به دست آورید.

و) در انتگرال مسیر قسمت (ج) انتگرال‌های روی فرمیون‌ها را بگیرید و یک پتانسیل مؤثر<sup>۴</sup> برای میدان اسکالر استخراج کنید. چگونه می‌توان از این پتانسیل مؤثر برای جرم‌دار کردن فرمیون‌ها بهره برد؟ همه محاسبات لازم را بنویسید.

سوال ۲) یک تئوری برهم‌کنشی ۴ بعدی شامل میدان فرمیونی  $\psi$  و میدان اسکالر  $\phi$  با چگالی لاگرانژی زیر در نظر بگیرید

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi + \frac{1}{4}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 - ig\bar{\psi}\gamma^5\psi\phi.$$

الف) انتشارگرها و رأس‌های این تئوری را مشخص و قوانین فاینمن آن را تدوین نمایید.

ب) تابع بتا ضرایب جفت‌شدگی  $\lambda$  و  $g$  را به دست آورید.

<sup>1</sup>Clifford Algebra

<sup>2</sup>Superficial degree of divergence

<sup>3</sup>Renormalizable

<sup>4</sup>Effective potential