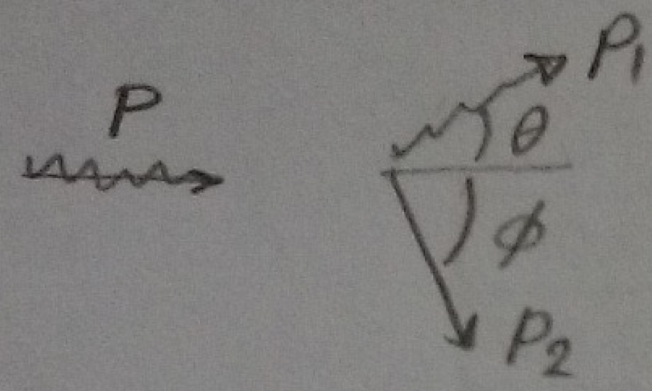
φ : زاویه پراکندگی الکترون   θ : زاویه پراکندگی الکترون

سوال ۱ (الف)

$$\cot\frac{\theta}{2} = \left(1+\frac{h\nu}{m_0c^2}\right)\tan\phi$$



(۰/۲۵) $P = P_1\cos\theta_1 + P_2\cos\phi \rightarrow P_2\cos\phi = P - P_1\cos\theta_1$

(۰/۲۵) $P_2\sin\phi = P_1\sin\theta$; $P=\frac{h}{\lambda}$; $P_1=\frac{h}{\lambda'}$ (۰/۲۵)

$$\rightarrow \frac{P_2\sin\phi}{P_2\cos\phi} = \frac{P_1\sin\theta}{P - P_1\cos\theta} \rightarrow \tan\phi = \frac{1}{\frac{P}{P_1\sin\theta}-\cot\theta} = \frac{1}{\frac{\lambda'}{\lambda\sin\theta}-\cot\theta}$$

$$\rightarrow \tan\phi = \frac{\lambda\sin\theta}{\lambda'-\lambda\cos\theta} = \frac{\lambda\sin\theta}{(\lambda'-\lambda)+(\lambda-\lambda\cos\theta)} = \frac{\lambda\sin\theta}{\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)+\lambda(1-\cos\theta)}$$ (۰/۲۵)

$$\rightarrow \tan\phi\left(1+\frac{h\nu}{m_0c^2}\right) = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{۲\sin\theta/۲\cos\theta/۲}{۲\sin^۲\theta/۲} = \cot\frac{\theta}{2}$$ (۱ نمره بابت محاسبات)

$K = ۷۵\ \text{kev}$; $h\nu' = ۲۰۰\ \text{kev} \rightarrow$

ب)

$m_0c^2 + h\nu = h\nu' + m_0c^2 + K$ (۰/۵) $\longrightarrow \frac{hc}{\lambda} = ۲۷۵\ \text{kev}$ (۰/۵) $\rightarrow \lambda = \frac{۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۲۷۵\times۱۰^{۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۰/۰۴۵\ \text{Å}$ (۰/۵)

ج)

$\frac{hc}{\lambda'} = ۲۰۰\ \text{kev} \rightarrow \frac{۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۲۰۰\times۱۰^{۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۰/۰۶۲\ \text{Å}$ (۰/۵)

$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$ (۰/۵) $\longrightarrow ۰/۰۱۷ = ۲/۴۲\times۱۰^{-۲}(1-\cos\theta) \rightarrow \cos\theta = ۰/۳ \rightarrow \boxed{\theta = ۷۲/۵}$ (۰/۵)

$\cot\frac{\theta}{۲} = \left(1+\frac{h}{m_0c\lambda}\right)\tan\phi \rightarrow \cot\frac{۷۲/۵}{۲} = \left(1+\frac{۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}}{m_0c\times۰/۰۴۵\times۱۰^{-۱۰}}\right)\tan\phi \rightarrow$

$\cot\frac{۷۲/۵}{۲} = (1+۰/۵۳۹)\tan\phi \longrightarrow \frac{۱/۳۶۳}{۱/۵۳۹} = \tan\phi = ۰/۸۸ \rightarrow \boxed{\phi = ۴۱/۷}$ (۰/۵)

سوال ۲

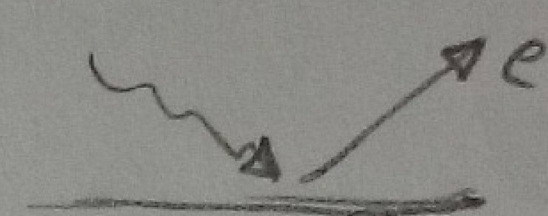
فوتون
تعداد در واحد زمان

$$\text{توان} = \underbrace{\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \frac{N\hbar\omega}{\text{زمان}}}_{۰/۵} = \underbrace{n\frac{hc}{\lambda}}_{۰/۵} \longrightarrow$$

$$n = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{200\times10^{-3}\times600\times10^{-9}}{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}} = 6033\times10^{14} = 6{,}033\times10^{17}$$

فوتون 10^{16} الکترون ،

$6{,}033\times10^{17}$ $\boxed{60{,}33\ \mathring{A}}$ ۰/۲۵



فوتوالکتریک $\underbrace{h\nu = \phi + K}_{۰/۲۵} \longrightarrow h\nu > \phi$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{600\times10^{-9}} = 3{,}315\times10^{-19}\ \text{ژ}$$

200

$$= \frac{3{,}315}{1{,}6} = 2{,}07\ eV$$

سوال ۳

۰/۲۵

$\lambda = ۵\ \mathring{A}$ یا $\frac{\lambda}{۲} = ۵\ \mathring{A}$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{5\times10^{-10}} = 1{,}326\times10^{-24}$$ ۰/۵

۰/۲۵

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = \sqrt{1{,}58\times10^{-31} + 6{,}68\times10^{-27}} \xrightarrow[pc \ll m_0c^2]{\text{کلاسیک}} K = \frac{p^2}{2m} = 6{,}03\ eV = 9{,}65\times10^{-19}\ \text{ژ}$$

دلیل ۰/۲۵

$$k = E - E_0 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 \cong \frac{p^2}{2m}$$

سوال ۳

$\lambda = ۵\,\AA \rightarrow P = \frac{h}{\lambda} = \frac{۶,۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}}{۵ \times ۱۰^{-۱۰}} = ۱,۳۲۶ \times ۱۰^{-۲۴}$

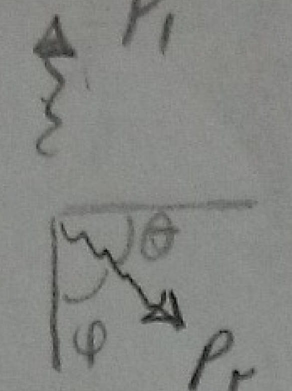
$E = \sqrt{P^۲C^۲ + m_۰^۲C^۴} = \sqrt{۱,۵۸ \times ۱۰^{-۳۱} + ۶,۶۸ \times ۱۰^{-۲۷}} \rightarrow$ [illegible]

$K = \frac{P^2}{2m} = ۹,۶۵ \times ۱۰^{-۱۹}\ ژ$

$= ۶,۰۳\ ev$

سوال ۴

$۰/۸C \xrightarrow{\ \ } P$



$$\begin{cases} ① \quad P = P_۲ \cos\theta \\ ② \quad P_۱ = P_۲ \sin\theta \\ ③ \quad ۲m_۰C^۲ + K = P_۱C + P_۲C \end{cases}$$

تمامی تکانه ۰/۲۵

۰/۵

تمامی انرژی ۰/۵

۰/۲۵

$* K = E - E_۰ = mc^2 - m_۰c^2 = m_۰c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) = ۰/۵۱۱\ Mev \left(\frac{1}{\sqrt{1 - ۰/۸^۲}} - 1\right) = ۰/۳۳۷\ Mev$

۰/۶۶

$③\ ۱,۳۵۹\ Mev = h(\nu_۱ + \nu_۲)$

$* P = m\nu = \frac{m_۰\nu}{\sqrt{1 - v^۲/c^۲}} = \frac{۱۰^{-۳۰} \times ۰/۸C}{\sqrt{1 - ۰/۸^۲}} = ۱۰^{-۳۰} \times ۰/۸ \times ۱,۶۶ \times ۳ \times ۱۰^۸ = ۳,۹۸۴ \times ۱۰^{-۲۲}$

$= \frac{m_۰c^2\,\nu}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{۰/۵۱۱\ Mev \times ۰/۸}{C\sqrt{1 - ۰/۸^۲}} = \frac{۰/۶۸۱\ Mev}{C}$ ۰/۲۵

$P = P_2 \cos\theta \rightarrow \frac{۰/۶۸۱\ Mev}{C} = P_2 \cos\theta$ ①

حل دستگاه سه معادله سه مجهول

$P_1 = P_2 \sin\theta \rightarrow P_1 = P_2 \sin\theta$ ②

$۲m_۰c^۲ + K = (P_1 + P_2)C \rightarrow ۱,۳۵۹\ Mev = (P_1 + P_2)C$ ③

$۱,۳۵۹\ Mev = P_2(1 + \sin\theta)C = P_2(1 + \cos\varphi)C$

$۰/۶۸۱\ Mev = P_2 C\cos\theta = P_2 \sin\varphi\, C$

$\rightarrow \frac{۱,۳۵۹}{۰/۶۸۱} = \frac{۲\cos^۲\varphi/۲}{۲\sin\frac{\varphi}{۲}\cos\varphi/۲} = \cot\varphi/۲$

۱,۹۹۵

$\rightarrow \tan\varphi/۲ = ۰/۵ \rightarrow \varphi/۲ = ۲۶,۶۱ \rightarrow \varphi = ۵۳,۲۳ \rightarrow \theta = ۳۶,۷۷$ ۰/۲۵

① $\rightarrow P_2C = h\nu_2 = \frac{۰/۶۸۱\ Mev}{\cos ۳۶,۷۷} = \frac{۰/۶۸۱\ Mev}{۰/۸} = ۰/۸۵۱\ Me$ ۰/۲۵

$1.36 \times 10^{-13}\ J$

; $P_1C = P_2C\sin\theta = ۰/۸۵۱ \sin ۳۶,۷۷ = ۰/۵۱\ Mev$ ۰/۲۵

$۰/۸۱۴ \times 10^{-13}\ J$

۵ نمره

$$\left(\frac{P^2}{2m}+V\right)\psi(x)=E\,\psi(x) \longrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi+V\psi=E\psi$$

سمت چپ ۱/۲۵ $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi=E\psi \longrightarrow \frac{d^2}{dx^2}\psi=\frac{-2mE}{\hbar^2}\psi=-k^2\psi$ ۱/۲۵ $\longrightarrow \psi(x)=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}$

سمت راست ۱/۲۵ $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi=(E-V_0)\psi \longrightarrow \frac{d^2}{dx^2}\psi=\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}\psi=q^2\psi$ ۱/۲۵ $\longrightarrow \psi(x)=Ce^{-qx}$

پیوستگی تابع موج $A+B=C$ ۱/۲۵

مشتق " " $ik(A-B)=-Cq$ ۱/۲۵

$$\longrightarrow \begin{cases} A+B=C \\ A-B=i\frac{k}{q}C \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} 2A=\left(1+\frac{ik}{q}\right)C \\ 2B=\left(1-\frac{ik}{q}\right)C \end{matrix}$$

$$\rightarrow \frac{C}{A}=\frac{2}{1+\frac{ik}{q}} \qquad \frac{B}{A}=\frac{B}{C}\frac{C}{A}=\frac{1-ik/q}{2}\,\frac{2}{1+\frac{ik}{q}}=\frac{q-ik}{q+ik}$$

احتمال بازتاب $=\left|\frac{B}{A}\right|^2=\frac{q-ik}{q+ik}\,\frac{q+ik}{q-ik}=1$ ۱/۲۵

احتمال عبور $=\left|\frac{C}{A}\right|^2=\frac{4}{1+k^2/q^2}$ ۱/۲۵