

به نام خدا

تمرین سری هفتم نسبیت خاص

مهلت تحویل: ساعت 23:59 روز 28 دی

سوال اول

معادله‌ی حرکت لاگرانژی‌های زیر را به دست آورید.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \phi \square \phi + \frac{1}{2} m \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A_\mu A^\mu - A_\mu J^\mu$$

سوال دوم

تحت تبدیلات $U(1)$ داریم: $\phi \rightarrow \phi e^{i\alpha}$. با فرض کوچک بودن α ، جریان نوتر و بار پایسته مربوط به این تبدیل تقارنی را برای دو لاگرانژی زیر بیابید.

الف) لاگرانژی کلاین-گردن حقیقی: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m \phi^2$

ب) لاگرانژی کلاین-گردن مختلط: $\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - m \phi^* \phi$

سوال سوم

الف) معادلات ماکسول را در نظر بگیرید. نشان دهید می‌توان قسمت ناهمگن معادلات را به فرم ساده شده زیر نوشت

$$\partial^\alpha \partial_\alpha A^\mu = J^\mu$$

که در این رابطه A^μ و J^μ چهاربردار پتانسیل و جریان هستند و همچنین در پیمانیه مورد نظر داریم $\partial_\alpha A^\mu = 0$.

ب) اگر تانسور الکترومغناطیس را به صورت زیر تعریف کنیم

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$$

نشان دهید که می توان معادلات ماکسول را به صورت زیر نوشت

$$\partial_\alpha F^{\alpha\mu} = J^\mu$$

پ) چگالی لاگرانژی الکترومغناطیس را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + A_\mu J^\mu$$

با وردش گرفتن از این لاگرانژی نسبت به A^μ معادلات ناهمگن ماکسول را به دست بیاورید.

ت) نشان دهید

$$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(B^2 - E^2)$$

که در آن E و B میدان الکتریکی و مغناطیسی هستند.

ث) با استفاده از لاگرانژی الکترومغناطیس هامیلتونی الکترومغناطیس را به دست آورید. برای

سادگی فرض کنید که جریان خارجی صفر باشد. نشان دهید:

$$\mathcal{H}_{em} = \frac{1}{2} (B^2 + E^2) + E_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$$

تصویر پاسخ تمرین را با عنوان HW7_ Student ID به آدرس ایمیل زیر ارسال نمایید.

nilloofarvardian@gmail.com

از آن جا که پس از مهلت تحویل تمرین، پاسخ نامه‌ی آن در اختیار شما قرار می‌گیرد، پس از این زمان تمرینی تحویل گرفته نخواهد شد. همچنین حتما نسخه‌ی کاغذی پاسخ خود را در جلسه‌ی امتحان تحویل دهید.