

تمرین سری ششم نسبیت خاص

مهلت تحویل: 4 دی

- 1- نشان دهید اگر $T^{\mu\nu}$ یک چهار تانسور باشد، مولفه T^{44} تحت دوران سه بعدی ناورداست، مولفه های T^{4i} و T^{i4} بصورت بردارهای 3 بعدی و T^{ij} بصورت یک سه تانسور تبدیل می شود. همینطور تعریف می کنیم:

$$T_{\mu\nu}^S = \frac{1}{2}(T_{\mu\nu} + T_{\nu\mu})$$

$$T_{\mu\nu}^A = \frac{1}{2}(T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu})$$

ثابت کنید $T_{\mu\nu}^S$ تانسور متقارن و $T_{\mu\nu}^A$ تانسور پاد متقارن است.

اگر $B^{\mu\nu}$ و $C^{\mu\nu}$ به ترتیب متقارن و پاد متقارن باشند ثابت کنید:

$$T_{\mu\nu}^S B^{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^S C^{\mu\nu}$$

$$T_{\mu\nu}^A C^{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^A B^{\mu\nu}$$

$$B_{\mu\nu} C^{\mu\nu} = 0$$

- 2- ذره ای با جرم سکون m_0 و بار q با سرعت اولیه \vec{v} بطور عمود وارد میدان مغناطیسی ثابت \vec{B} می شود. ثابت کنید ذره مسیر دایره ای با شعاع $cm_0 v \gamma / qB$ و دوره تناوب $2\pi cm_0 \gamma / qB$ را می پیماید. اگر سرعت ذره عمود بر میدان مغناطیسی نباشد و زاویه $\theta < \pi/2$ با خطوط میدان بسازد مسیر مارپیچ با شعاع کمتر و دوره تناوب مساوی را طی خواهد کرد.

- 3- لاگرانژی میدان الکترومغناطیسی بصورت زیر تعریف می شود:

$$L = \frac{1}{4} F_{uv} F^{uv}$$

نشان دهید لاگرانژی بالا تحت تبدیلات پیمانه ای $A_u \rightarrow A_u + \partial_u \Lambda$ ناورداست. همینطور ثابت کنید میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ناوردا هستند.

- 4- ذره ای با بار q را در نظر بگیرید که با سرعت ثابت در جهت x نسبت به دستگاه ساکن S در حرکت است. در دستگاه S میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را بدست آورید و خطوط میدان الکتریکی ذره را در دستگاه ساکن رسم کنید. نتیجه حاصله را تفسیر کنید.