

به نام خدا

تمرین سری سوم نسبیت خاص

مهلت تحویل: 8 آبان ماه

سوال اول

نشان دهید اگر جهان خطی یک ذره از رابطه $t^2 - x^2 = x_0^2$ به دست آید، ویژه شتاب این ذره برابر c^2/x_0 است.

سوال دوم

به یک ذره که ابتدا در چارچوب S ساکن است، یک افزایش سرعت به اندازه $\frac{c}{2}$ نسبت به S داده می شود. سپس نسبت به چارچوب سکون جدیدش، یک افزایش سرعت دیگر با اندازه $\frac{c}{2}$ داده می شود. این فرآیند تا زمانی که سرعتش نسبت به چارچوب اولیه S به $\frac{13}{14}c$ برسد، ادامه می یابد. این افزایش سرعت نسبت به حالت سکون اولیه در چارچوب S ، طی چند مرتبه اتفاق افتاده است؟

سوال سوم

یک پرتو نور با فرکانس ν_1 و با زاویه θ به آینه تختی که با سرعت v در جهت عمود بر آینه پیش می رود می تابد و با فرکانس ν_2 و زاویه ϕ باز می تابد، ثابت کنید که زاویه های تابش و بازتاب با رابطه ی زیر

$$\frac{\tan(\theta/2)}{\tan(\phi/2)} = \frac{c+v}{c-v}$$

و طول موج های قبل و بعد از بازتاب، با رابطه ی زیر به هم مربوط می شوند.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} = \frac{c \cos \theta + v}{c \cos \phi - v} = \frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \phi}$$

سوال چهارم

سفینه‌ای که در جهت مثبت محور x با سرعت v حرکت می‌کند، سیگنال نوری از یک ستاره در صفحه‌ی $x - y$ دریافت می‌کند. در چارچوب سکون ستاره شعاع نور با امتداد سفینه زاویه θ می‌سازد:

الف) زاویه‌ی θ' بین شعاع نور و محور x در چارچوب سکون سفینه را بیابید و آن را بر حسب θ بنویسید.

ب) فرض کنید یک محفظه‌ی نیمکره‌ی شیشه‌ای در جلوی سفینه وجود دارد و فضاوردی که در مرکز نیمکره نشسته مشغول مشاهده ستاره‌ها است. همه‌ی ستاره‌های با $\theta' < \frac{\pi}{2}$ قابل رویت هستند. (فرض کنید چارچوب سکون همه‌ی ستاره‌ها یکی است.) نشان دهید ستاره‌های قابل رویت آن‌هایی هستند که برایشان $\cos \theta > -v$ است.