

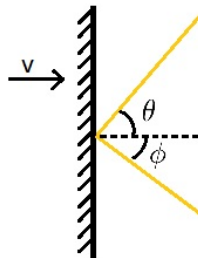


نسبیت خاص - پاییز ۱۳۹۹ - سوالات پایانترم

۲۱- سفینه‌ای با طول همراه L با سرعت v در حال حرکت است. شخصی جلوی سفینه کنار ساعتی که زمان صفر را نشان می‌دهد ایستاده است. با توجه به عقب افتادن ساعت‌های جلویی می‌دانیم ساعت عقب سفینه زمان $\frac{Lv}{c^2}$ را نشان می‌دهد. نظر شما درباره گزاره زیر چیست؟
” در دستگاه سفینه شخص از جلوی سفینه به عقب سفینه می‌رود طوری که قبل از اینکه ساعت عقب به زمان $\frac{Lv}{c^2}$ برسد عقب سفینه باشد. در نتیجه شما روی زمین می‌بینید که زمانی که ساعت جلو صفر و ساعت عقب $\frac{Lv}{c^2}$ را نشان می‌دهد شخص همزمان هم جلوی سفینه هم عقب سفینه حضور دارد.”

۲۲- قطار اول با طول همراه L با سرعت v به سمت راست و قطار دوم با طول همراه $2L$ با سرعت v به سمت چپ حرکت می‌کند. چقدر طول می‌کشد تا از هم عبور کنند؟ (از زمانی که سرشان در کنار هم قرار می‌گیرد تا زمانی که انتهایشان کنار هم قرار می‌گیرد)
الف) از دید قطار اول.
ب) از دید قطار دوم.
ج) در دستگاه زمین.
د) نشان دهید زمان ویژه (*Proper time*) در سه چهارچوب بالا یکی است.

۲۳- آینه‌ای تخت در جهت عمود بر صفحه‌اش با سرعت v در حال حرکت است. پرتو نوری با فرکانس ν_1 و زاویه تابش θ به آینه برخورد می‌کند. سپس با زاویه بازتاب ϕ و فرکانس ν_2 بازتاب می‌شود.



آینه متحرک

نشان دهید رابطه زیر بین زاویه تابش و بازتاب برقرار است:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{c+v}{c-v} \tan \frac{\phi}{2} \quad (1)$$

همچنین بین فرکانس‌ها رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} = \frac{c+v \cos \theta}{c-v \cos \phi} = \frac{c \cos \theta + v}{c \cos \phi - v} \quad (2)$$

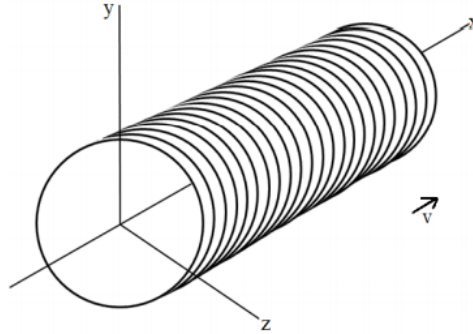
۲۴- یک الکترون سریع با جرم سکون m و سرعت u به سمت هسته ای ساکن با جرم سکون M شلیک می‌شود. در نتیجه این برخورد یک فوتون با فرکانس ν تابش می‌شود. نشان دهید بیشینه انرژی که فوتون حاصل می‌تواند داشته باشد

برابر است با:

$$h\nu = \frac{mMc^2(\gamma(u) - 1)}{M + m\gamma(u)(1 - u/c)} \quad (۳)$$

و زمانی رخ می‌دهد که الکترون و هسته پس از برخورد نسبت به هم سرعتی نداشته باشند و فوتون در جهتی که الکترون قبل از برخورد سرعت داشت تابش شود.

۲۵- سیم پیچی طویل با تعداد دور سیم بر واحد طول n و جریان I ، در دستگاه مختصات F به شکل زیر وجود دارد. اگر سیم پیچ در جهت مثبت محور x با سرعت v در حال حرکت باشد، میدان الکتریکی و مغناطیسی درون این سیم پیچ را در دستگاه F و دستگاه سکون سیم پیچ بیابید.



سیم پیچی با n تعداد دور بر واحد طول سیم

۲۶- در حالت کلی لاگرانژی $\mathcal{L}(\psi^a, \partial_\alpha \psi^a)$ می‌تواند تقارنی داشته باشد که تحت تبدیلات آن ناوردان باشد بلکه مشتق کامل شود. یعنی تحت تبدیلات:

$$\delta\psi^a = \epsilon^i h_i^a(\psi) \quad (۴)$$

تغییرات لاگرانژی مشتق کامل شود:

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} (\epsilon^i \Lambda_i^\alpha) \quad (۵)$$

که Λ_i^α تابعی است که می‌توان آن را از میدان و مشتق آن و مختصات تعمیم یافته محاسبه کرد. نشان دهید جریان پیوسته ای وجود دارد که در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$\epsilon^i j_i^\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\alpha \psi^a)} \delta\psi^a - \epsilon^i \Lambda_i^\alpha \quad (۶)$$