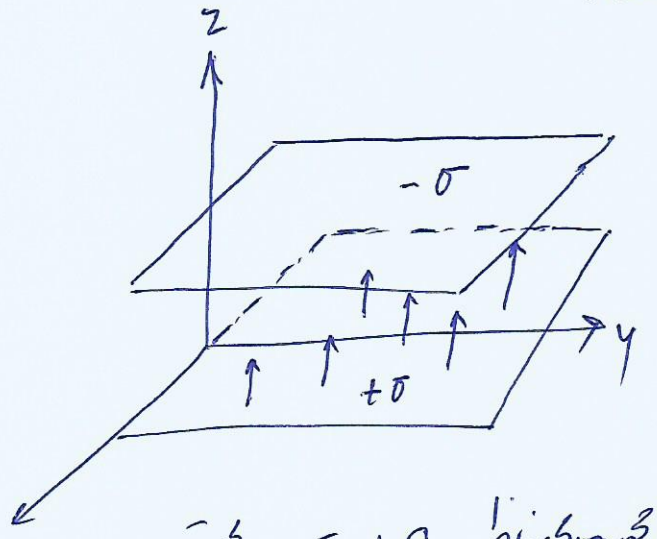
5

11) خازنی را در نظر بگیرید که از دو صفحه تخت موازی بزرگ با چگالی بار سطحی $+\sigma$ و $-\sigma$ تشکیل شده است. ناظر ساکن نسبت به خازن میدان الکتریکی $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}_z$ را اندازه می‌گیرد که در آن $\hat{n}_z$ بردار یکه موازی محور $\hat{z}$ است.



محورهای مختصات ناظر S' که موازی محورهای ناظر S است و با سرعت v نسبت به راستای محور x حرکت می‌کند. این ناظر چه میدان الکتریکی یا مغناطیسی را اندازه‌گیری می‌کند؟

الف) مقدار میدان $\vec{E}$, $\vec{B}$ را از روی تبدیل لورنتس به دست آورید.

ب) همین مقادیر را با شهود شیمی و با استفاده از اثرهای شیمی مانند انقباض طول به دست آورید.

12) تحت تبدیلات $U(1)$ داریم $\phi \to \phi e^{i\alpha}$ با فرض اینکه α یک عدد حقیقی ثابت است و بار پایستگی مربوط به این تبدیل تقارنی را برای دو لاگرانژی زیر به دست آورید.

الف) لاگرانژی کلاین - گوردن حقیقی:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m\phi^2$$

ب) لاگرانژی کلاین - گوردن مختلط:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - m\phi^*\phi$$

13) چگالی لاگرانژی الکترومغناطیس را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$\mathcal{L}_{EM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + J_\mu A^\mu$$

الف) با ورش از این لاگرانژی نسبت به A^μ معادلات ماکسول را به دست آورید.

ب) با استفاده از این لاگرانژی، هامیلتونی الکترومغناطیس را به دست آورید. برای سادگی فرض کنید که جریان خارجی صفر باشد.

14) معادله حرکت یک ذره با شتاب ثابت در بیشینه خاص را به دست آورید. سپس نشان دهید که در حد $c \to \infty$، معادله حرکت تبدیل به $x = \frac{1}{2} \alpha t^2$ می‌شود.

15) فرض کنید ذره‌ای در مسیر $x^2 - c^2 t^2 = X^2 = cte$ حرکت می‌کند.

در صورتی که u: تندی، ϕ: زمان همراه، τ: شتاب همراه، α: روابط زیر را اثبات کنید.

$$u = \frac{c^2 t}{x}, \quad \gamma(u) = \alpha x / c^2, \quad \phi(u) = \alpha \tau / c$$

$$u/c = \tanh(\alpha\tau/c), \quad \gamma(u) = \cosh\left(\frac{\alpha\tau}{c}\right)$$

$$\alpha t/c = \sinh\left(\frac{\alpha\tau}{c}\right), \quad \alpha x/c^2 = \cosh\left(\frac{\alpha\tau}{c}\right)$$

16) حرکت ذره باردار از معادله های زیر پیروی می کند:

$$\begin{cases} f^\mu = m\dfrac{du^\mu}{ds} = \dfrac{dp^\mu}{ds} \\ f^\mu = q F^{\mu\nu} u_\nu \end{cases}$$

اگر $F^{\mu\nu}$ یک میدان ثابت باشد. انتگرال حرکت از معادله های بالا به صورت زیر خواهد بود.

$$u(s) = \exp\left(\frac{q}{m} F s\right) u(0)$$

نشان دهید که $\exp\left(\frac{q}{m} \cdot Fs\right)$ ماتریس یک تبدیل لورنتس است. m جرم ذره و q بار آن است.

17) پروتونی با مشخصات $\gamma = 100$, $m_p \simeq 1\,GeV$ با زاویه 45° با یک فوتون برخورد می کند.

الف) واکنش زیر را

$$\gamma + p \to p + \pi^0$$

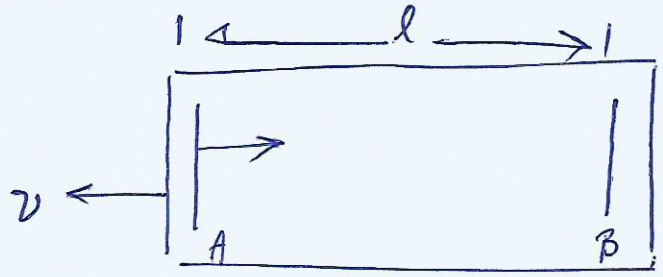
در این واکنش یک میون با جرم سکون $m_\pi = m_p/6$ تولید می شود. انرژی آستانه فوتون برای انجام واکنش را حساب کنید.

18) یک تابع پتانسیل کپلری به شکل $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$ را در نظر بگیرید. مسئله حرکت ذره ای به جرم m در این تابع پتانسیل را به طور کامل با استفاده از روش های تحلیلی مورد بحث قرار دهید. در این راستا، معادله مسیر دوره ای در مختصات قطبی، معادله ذره به عنوان تابعی از زمان، و از جمله انرژی کل و تکانه زاویه ای را محاسبه کنید.

8/

19) فرض کنید اثر وجود نداشته باشد. در زمان $t=0$ یک سیگنال نوری A بطرف B که در فاصله l قرار دارد ارسال می‌کند. B زمان ورود سیگنال را ثبت می‌کند.

فرض کنید سیستم با سرعت v نسبت به اثر در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند.



آنگاه فرض کنید که آزمایشگاه نسبت به سرعت 180° درجه دوران کند طوری که جای A و B عوض شود.

در زمان $t=T$، A سیگنال دومی به B ارسال می‌کند.

الف) نشان دهید اگر بازه بین دو سیگنال از نظر B برابر با $T+\Delta T$ باشد آنگاه ΔT تا رتبه $(v/c)^3$ خواهیم داشت

$$\Delta T = \frac{2lv}{c^2}$$

ب) فرض کنید که آزمایش فوق یک ساعت دقیق زمینی را در ماهواره در مدار زمین انجام می‌دهد.

برای مداری با دوره تناوب 24 ساعت داریم $l = \frac{5}{6} R_e$ که R_e شعاع زمین است.

کمترین مقدار v که در این آزمایش با چنین ساعتی قابل آشکارسازی است حدوداً چقدر است

وقت ساعت اتمی 1 در 10^{14} است.

20) نشان دهید جرم خورشید M با رابطه $M = \frac{\alpha c^2 R_\oplus}{G}$ به زاویه ابراهی α رابطه دارد. $R_\oplus$ شعاع زمین است. مقدار عددی جرم خورشید را با این رابطه بدست آورید.