



تمرین سری سوم نسبیت خاص - دکتر شانت باغرام

صبا اعتضاد رضوی زهرا کبیری کوروش علامه
s_etezadrazavi@yahoo.com kabiri.zahra98@gmail.com kuroshallame@gmail.com

”Das ist nicht nur nicht richtig; es ist nicht einmal falsch!” (“That is not only not right; it is not even wrong”) – Pauli replying to a friend, asking his opinion about a paper by a young physicist.

موضوع این سری تمرین شتاب ویژه، تندی و اپتیک نسبیتی است. در صورت وجود مشکل به دستیارهای آموزشی درس ایمیل بزنید.
جواب تمرین ها را به آدرس TA.baghram.1@gmail.com ایمیل کنید. در صورتی که میخواهید تمرین را با تاخیر تحویل داده و از ۷ روز مجاز تاخیری خود استفاده کنید، حتما در بالای صفحه ی اول تمرین تعداد روز هایی که استفاده میکنید را واضح و خوانا بنویسید.

مهلت ارسال ۲۹ آبان ساعت ۱۱:۵۹ شب

۱ تندی

سرعت جسمی نسبت به دستگاه S_1 برابر u و سرعت دستگاه S_1 نسبت به دستگاه S_2 برابر u و سرعت دستگاه S_2 به دستگاه S_3 برابر u است و ... به همین ترتیب سرعت دستگاه S_{n-1} به دستگاه S_n برابر u است. نشان دهید سرعت جسم نسبت به دستگاه S_n برابر $v = c \frac{z^n - 1}{z^n + 1}$ است که در آن $z = e^{2\phi}$ است.

۲ باز هم پارادوکس دوقلوها

ذره ای در راستای x در دستگاه S در حال حرکت با شتاب ویژه α است که به صورت شتاب در دستگاه لخت موضعی تعریف شده است. فرض کنید که در زمان t ذره دارای سرعت v در دستگاه S است و در نتیجه به صورت لحظه ای در یک دستگاه S' که با سرعت v نسبت به S حرکت می کند ثابت است. (دستگاه S' دستگاه لخت موضعی ذره است.) پس $\alpha = \frac{dv'}{dt'}$.

۱.۲ الف)

همانطور که در کلاس هم انجام شد، نشان دهید که شتاب ذره از دید ناظر S با رابطه ی زیر به α ، شتاب ویژه ی ذره مرتبط میشود.

$$\frac{dv}{dt} = \gamma(v)^{-3} \alpha$$

حال فرض کنید که ذره مان دارای شتاب ویژه ی ثابت $\alpha = \alpha_0$ است و در زمان $t = 0$ در دستگاه S از حال سکون شروع به حرکت می کند.

۲.۲ ب)

از نتیجه ی قسمت قبل استفاده کنید و نشان دهید که سرعت این ذره در دستگاه S از رابطه ی زیر تبعیت می کند.

$$v(t) = \frac{\alpha_0 t}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_0 t}{c}\right)^2}}$$

ج ۳.۲

فرض کنید که داشته باشیم که $\alpha_0 = g = 9.8m/s^2$ ، چه مدت زمانی طول می کشد که از دید ناظر دستگاه S ذره به سرعت $v = 0.999c$ برسد؟ از دید ناظر ذره چطور؟ برای رسیدن به سرعت $v = 0.9999c$ از دید هر یک از این دو ناظر چطور؟

د ۴.۲

حال از نتیجه ی مربوط به سرعت همانطور که در کلاس انجام شد انتگرال بگیرید و عبارتی برای $x(t)$ بدست آورید. سپس شتاب ویژه را برابر ثابت g قرار دهید عبارت زیر را که در آن T زمان برحسب سال و X برحسب سال نوری است را بدست آورید.

$$X(T) = \sqrt{T^2 + 1} - 1$$

ه ۵.۲

رابطه ی زیر را بین زمان ویژه ی فضاوردی با شتاب ویژه ی α (τ) و زمان در دستگاه S (T) بدست آورید. هر دو زمان برحسب سال هستند.

$$T = \sinh \tau$$

و ۶.۲

فضاوردی را در نظر بگیرید که در نیمه ی اول سفرش با شتاب ویژه ی g از حال سکون شروع به حرکت کرده و شتاب می گیرد و در نیمه دوم سفر خود با همین اندازه ی شتاب ویژه سرعتش را کم می کند تا دوباره به حال سکون برسد. این فضاوردی در مدت زمان T چه مقدار دور می شود؟

ز ۷.۲

وقتی که زمان کل سفر فضاوردی قسمت قبل در دستگاه S ، T سال طول میکشد، مدت زمان ویژه ی سپری شده برای خود فضاوردی τ ، چقدر خواهد بود؟

۳ جت های نسبیتی SS433

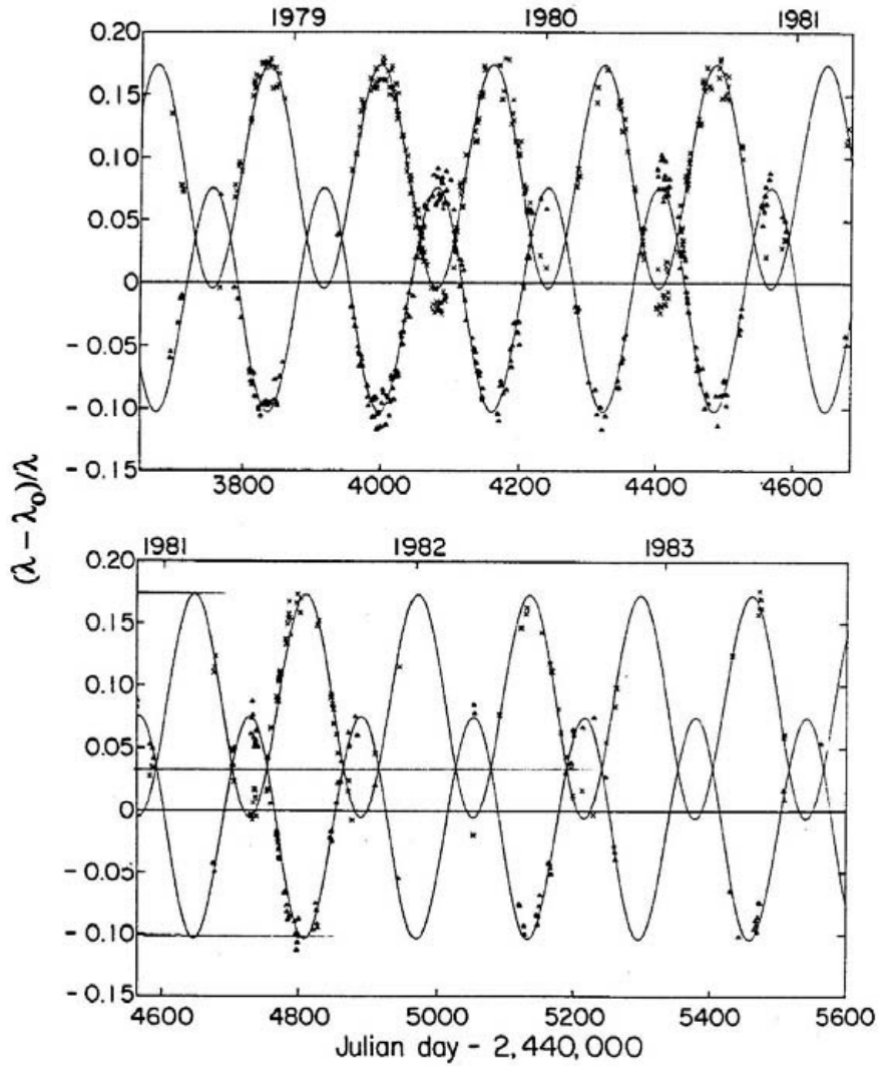
SS433 اولین میکروکوازار (micro-quasar) کشف شده، یک سیستم دوتایی شامل یک جسم چگال (احتمالا یک سیاهچاله یا یک ستاره ی نوترونی) در حال گردش به دور یک ستاره ی رشته ی اصلی معمولی است که این جسم چگال از آن برافزایش می کند. این برافزایش جرم باعث ایجاد دو پرتوی جت نسبیتی ذرات که در خلاف جهت یکدیگر سیستم را ترک میکنند میشود.

در فیلم زیر میتوانید شبیه سازی از این سیستم دوتایی و خروج جت ها ببینید.

<https://www.youtube.com/watch?v=ld-bG1CjkZY>

از روی خطوط طیفی که اتم های این دو جت ایجاد میکنند میتوان شیفیت دوپلری هریک از جت ها را به صورت تابعی از زمان بدست آورد. تغییر تناوبی شیفیت دوپلری دو جت با زمان نشان می دهد که جهت جت ها با خط دید ما به صورت تناوبی در حال تغییر است و در نتیجه ما جت ها را در زوایای مختلفی می بینیم. در نمودار های زیر دو منحنی شیفیت دوپلری دیده میشوند که هریک مربوط به یکی از جت ها است. با توجه به این نمودار ها سوال های زیر را پاسخ دهید. دقت کنید که λ و θ (زاویه ی بین جهت جت ها و دید) در دستگاه آزمایشگاه زمین اندازه گیری میشوند و λ_0 در دستگاه جت ها هست.

DOPPLER CURVE FOR THE RELATIVISTIC "JET" SOURCE SS433



منحنی های شیفت دوپلری

۱.۳ الف)

در زمانی که هر دو جت در طول موج یکسانی دیده میشوند شیفت دوپلری $\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$ را بیابید.

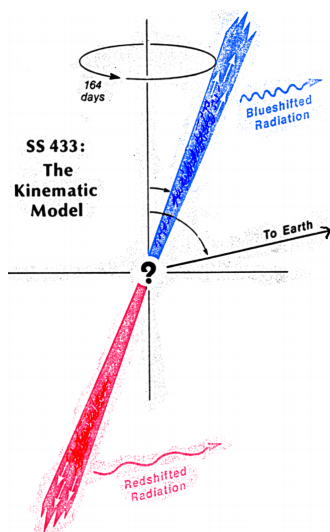
۲.۳ ب)

از رابطه ی مربوط به اثر دوپلر نسبیتی ، $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \gamma(1 - \beta \cos(\theta))$ ، نشان دهید که این اتفاق تنها زمانی ممکن است که $\theta = \pi/2$ باشد. (مسیر دو جت عمود بر خط دید باشد).

۳.۳ ج)

β را برای این جت ها بدست آورید.

مقدار بیشینه ی شیفت دوپلری را برای جتی که به زمین نزدیکتر است بیابید و با استفاده از آن و نتایج قبل بیشینه ی زاویه ی جهت جت ها از ما را بیابید. شکل شماتیک زیر میتواند در فهم هندسی مسئله کمک کند:

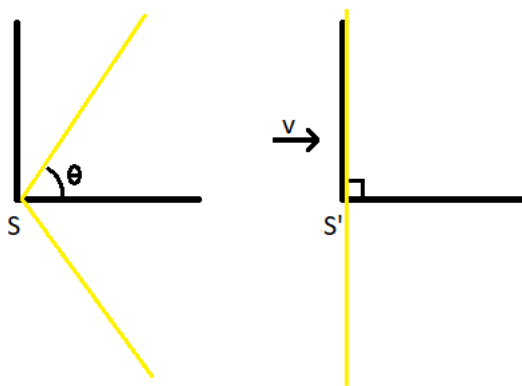


منحنی های شیفت دوپلری

همانطور که در نمودارها میبینید نوسان شیفت دوپلری برای هیچ یک از این دو جت حول صفر نیست، در مورد دلیل این مسئله بحث کنید. از این موضوع استفاده کنید و سرعت جت ها را بیابید. راجع به سرعت کل سیستم نسبت به زمین چه می توان گفت؟

۴ اثر چراغ جلویی

یک منبع نور داخل دستگاه S' ثابت شده است که در آن دستگاه به صورت یکنواخت در تمام جهات نور تابش می کند. دستگاه S' نسبت به دستگاه S دارای سرعت v است. برای v های بزرگ در دستگاه S نور بیشتری داخل یک مخروط باریک به سمت جلو جمع شده اند. (گیف انتهای سوال را ببینید) نشان دهید نصف فوتون های جلویی در دستگاه S' داخل مخروطی با زاویه $\sin\theta = \frac{1}{\gamma}$ در دستگاه S تابش می شوند. به این پدیده اثر چراغ جلویی (*headlight effect*) گفته می شود.



پرتوهای جلویی نور در دستگاه S و S'

[https://res.cloudinary.com/dltapchcq/image/upload/v1604601915/
headlight_wzmaed.gif](https://res.cloudinary.com/dltapchcq/image/upload/v1604601915/headlight_wzmaed.gif)