

به نام خدا
نسبیت خاص
تمرین سری نخست

موعد تحویل : دوشنبه ۱۰ آبان ۱۳۹۵ ساعت ۹ تا ۱۰:۳۰ سر کلاس و پس از آن تحویل گرفته نمی شود .

سوال اول

در مسئله‌ی ماشین-گاراژ (که ممکن است با اسم‌های نردبان-گاراژ یا میله-گاراژ اسم آن را شنیده باشید) بلندترین طول ماشینی را پیدا کنید که به سمت گاراژی با طول ۱ متر حرکت کند و درون آن جا شود. سرعت ماشین، v به گونه‌ای است که $\gamma(v) = 3$ و فرض کنید سرعت انتقال امواج درون ماشین با سرعت نور برابری می‌کند.

سوال دوم

دو میله با طول‌های l_1 و l_2 را در نظر بگیرید که $l_2 < l_1$. این دو میله با سرعت نسبی v در راستای یک خط حرکت می‌کنند. نشان دهید دستگاه مختصات یکتایی وجود دارد که در راستای همان خط حرکت کرده و طول هر دو میله را یکسان می‌بیند. ثابت کنید سرعت این دستگاه نسبت به میله‌ی بزرگ‌تر، برابر

$$\frac{c^2 [l_1 - \frac{l_2}{\gamma}]}{l_1 v}$$

است. همچنین نشان دهید برای وجود این دستگاه مختصات به شرط $l_2^2 (c - v) < l_1^2 (c + v)$ نیاز داریم. ممکن است نمودار مینکوفسکی در حل این سؤال به شما کمک کند.

سوال سوم

شتاب ویژه y جسمی، که با سرعت ثابت u روی دایره‌ی Γ حرکت می‌کند را بیابید.

سوال چهارم

در فضا-زمان دو بعدی S (فقط بعد فضایی x را در نظر بگیرید) چهار رویداد را به صورت زیر:

$$\begin{aligned} x_1^\mu &= (0, a) & x_2^\mu &= (0, 0) \\ x_3^\mu &= (b, a) & x_4^\mu &= (b, 0) \end{aligned}$$

که تشکیل یک مربع را می‌دهند را در نظر بگیرید. مساحت این مربع ab است. در دستگاه دیگری S' ، این چهار نقطه تشکیل یک متوازی الاضلاع می‌دهند. نشان دهید مساحت این متوازی الاضلاع نیز ab است. از این سوال نتیجه می‌گیریم که عنصر حجم برای دستگاه‌های مختصات ناورد است.

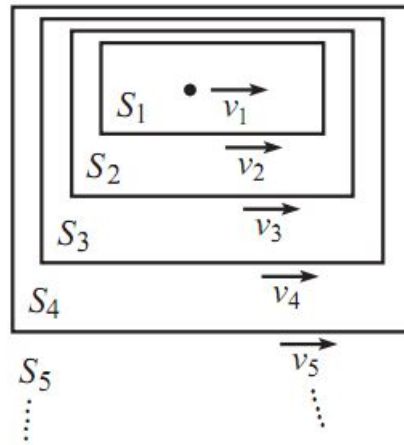
سوال پنجم

متحرکی با سرعت $\beta_1 \equiv v_1/c$ نسبت به دستگاه S_1 حرکت می‌کند. دستگاه S_1 خود با سرعت β_2 نسبت به دستگاه S_2 و دستگاه S_2 با سرعت β_3 نسبت به دستگاه S_3 و به همین ترتیب در آخر دستگاه S_{N-1} با سرعت β_N نسبت به دستگاه S_N حرکت می‌کند. (شکل را ببینید) با استفرا نشان دهید که $\beta(N)$ یعنی سرعت متحرک نسبت به دستگاه S_N را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\beta(N) = \frac{P_N^+ - P_N^-}{P_N^+ + P_N^-}$$

که در این رابطه

$$P_N^+ \equiv \prod_{i=1}^N (1 + \beta_i) \quad P_N^- \equiv \prod_{i=1}^N (1 - \beta_i)$$



برای تفکر (امتیازی)

”سریع‌تر از سرعت نور“

طبق نمودارهای مینکوفسکی و یا کمی محاسبه می‌توان دید که اگر اطلاعاتی (information) سریع‌تر از نور حرکت کند، ترتیب زمانی علیت نقض می‌شود. یعنی دستگاهی وجود دارد که اتفاق افتادن معلول (اطلاعات) را قبل از اتفاق افتادن علت (منشأ اطلاعات) مشاهده می‌کند که با منطق (و نه عقل سلیم) در تناقض است. ”اطلاعات“ می‌تواند یک ذره باشد یا یک سیگنال یا هر چیزی که با دریافت آن، اطلاعاتی از علت آن به دست بیاید. از همان ابتدای بیان شدن این گزاره، عده‌ای دنبال پیدا کردن ناسازنماهای ناشی از آن بودند. ناساز نمای اول: قیچی بسیار بزرگ

احتمالاً شما قضیه‌ی قیچی بسیار بزرگ را شنیده‌اید که دسته‌ی آن روی زمین و در دستان شماست و نوک تیز آن روی پلوتو. و از آنجا که قیچی بسیار بزرگ است، اگر تیغه‌های آن زاویه‌ی کوچکی داشته باشند، فاصله‌ی بین دو نوک تیز قیچی بسیار بزرگ خواهد بود (مثلاً در حد قطر پلوتو) و اگر شما در کسری از ثانیه قیچی را ببندید، در همان زمان دو نوک قیچی شعاع پلوتو را طی می‌کنند و سرعت حرکت آن‌ها می‌تواند بزرگ‌تر از سرعت نور شود. مشکل کجاست؟ حالا سؤال را کمی سخت‌تر می‌کنیم. فرض کنید دو تیغه‌ی قیچی، هر کدام به طور مستقل یک سرعت اولیه و در خلاف جهت یکدیگر دارند در حال حرکتند و با یکدیگر یک زاویه‌ی فوق‌العاده کوچک می‌سازند. حالا اگر یک کاغذ بین دو تیغه قرار دهیم، سرعت خط برش کاغذ می‌تواند از سرعت نور بیشتر باشد. (این را تحقیق کنید). مشکل کجاست؟ ناسازنمای دوم: سرعت تاریکی

یک چراغ قوه‌ی بسیار قوی را در نظر بگیرید که در دستان شماست و دارد سطح ماه را روشن می‌کند. انگشت خود را مقابل چراغ قوه قرار دهید و آن را حرکت دهید. مشاهده می‌کنید که سایه‌ی انگشتتان از یک طرف ماه به طرف دیگر آن می‌رود و آن هم تنها در مدت زمان فوق‌العاده کوچک. پس سرعت سایه‌ی دستان می‌تواند سریع‌تر از سرعت نور باشد. مشکل کجاست؟ ناسازنمای سوم: جعبه‌ی حاوی اطلاعات

ناسازنمای سوم سخت نیست اما مفهوم عمیقی دارد که در فهم نظریه‌ی درهم‌تنیدگی کوانتومی (entanglement Quantum) و دوربری کوانتومی (teleportation Quantum) به درد می‌خورد. فرض کنید دو توپ به رنگ‌های سیاه و سفید دارید و شخصی یکی از آن دو توپ را درون یک جعبه می‌گذارد و به شما می‌دهد و توپ دیگر را نزد خود نگه می‌دارد ولی شما نمی‌دانید کدام توپ درون جعبه است. شما به نقطه‌ی بسیار دوردستی در عالم می‌روید. و سپس در جعبه را باز می‌کنید و می‌فهمید توپ درون جعبه سفید است. مدت زمان انتقال این اطلاعات به شما به اندازه‌ی زمان رسیدن فوتون از سطح توپ به چشم شماست ولی در همین زمان شما متوجه شده‌اید توپ دیگر که نزد شخص مانده است و در فاصله‌ی بسیار زیادی از شما قرار دارد، رنگش سیاه است و اطلاعاتی از فاصله‌ی بسیار دور پیدا کرده‌اید که این فاصله تقسیم بر زمان دریافت فوتون توسط شما بسیار بزرگ‌تر از سرعت نور می‌باشد. مشکل کجاست؟

لطفاً نام و نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود و نام دستیار آموزشی را بالای برگه تحویلی بنویسید.