

درس نامه نسبیت خاص

شانت باغرام

آخرین به روزرسانی: ۲۱ آبان ۱۳۹۲

۱ فرمالیزم لاگرانژی نسبیت خاص

برای به دست آوردن سینماتیک ذرات می توان از چارچوب لاگرانژ استفاده کرد با این اصل که مسیر حرکت ذرات با استفاده از فرینه کردن کنش به دست می آید. کنش موجودی است که دارای بعد اندازه حرکت زاویه است. در مکانیک نیوتنی کنش را به صورت $S = \int L dt = \int (T - V) dt$ می نویسیم. که T و V به ترتیب انرژی جنبشی و پتانسل ذره هستند. حال سوال این است که در نسبیت خاص کنش را چه موجود فیزیکی انتخاب کنیم. حدس اولیه زمان ویژه است که کمیتی لورنتس ناورد است. از این رو کنش ذره آزاد در چارچوب نسبیت خاص را به صورت زیر می نویسم:

$$S = \alpha \int d\tau \quad (1)$$

که τ زمان ویژه است و α ضریب ثابتی است که باید از جنس انرژی باشد. حال می توان لاگرانژی را به صورت چاربرداری بنویسیم. از آن جایی که زمان ویژه با طول فضا زمانی به صورت زیر مرتبط است.

$$d\tau = c^{-1} ds = c^{-1} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu)^{1/2}, \quad (2)$$

حال می توان کنش را به صورت زیر نوشت:

$$S = \frac{\alpha}{c} \int (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu)^{1/2} = \frac{\alpha}{c} \int (\eta_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu)^{1/2} dt \quad (3)$$