الکترومغناطیس ۲

نیم‌سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

مدرس: دکتر شانت باغرام

دانشکده فیزیک

تمرین سری سوم

نام و نام‌خانوادگی: شماره دانشجویی:

پرسش ۱

سیمی طویل با سطح مقطعی به شعاع R در نظر بگیرید که دو سر آن را به یک منبع ولتاژ ثابت V وصل کرده‌ایم و جریان الکتریکی I در سیم جریان دارد.

آ) بردار پوئینتینگ را در داخل سیم در فاصله r از محور به‌دست آورید.

ب) شار انرژی خروجی در سطح سیم را محاسبه کنید. نتیجه را با گرمای اتلافی در سیم مقایسه کرده و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید.

پرسش ۲

از قانون پایستگی تکانه $\frac{\mathrm{d}P_{mech}}{\mathrm{d}t} = \int_v \mathrm{d}^3x \left(\rho\vec{E} + \vec{J}\times\vec{B}\right)$ شروع کنید و با استفاده از قوانین ماکسول چگالی جریان و بار الکتریکی را جایگذاری کنید و در نهایت به عبارت زیر برسید.

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}P^i_{mech}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_v g_i \mathrm{d}^3x + \int_v \mathrm{d}^3x \partial_i \Theta_{ij} \\
&\Theta_{ij} \coloneqq \frac{1}{4\pi}\left(E_iE_j + B_iB_j\right) - \frac{1}{8\pi}\left(B^2+E^2\right)\delta_{ij} \\
&g_i \coloneqq \frac{\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)_i}{4\pi}
\end{aligned} \tag{۱}$$

پرسش ۳

برای یک کره فلزی فرومغناطیس با شعاع R بار Q و مغناطش $\vec{M} = M\hat{z}$ ، $\vec{L}_{EM}$ را بدست آورید.

پرسش ۴

الکترون را یک پوسته کروی باردار با چگالی یکنواخت که دارای بار e و شعاع R است و با سرعت زاویه‌ای ω حول محورش می‌چرخد در نظر بگیرید.

آ) انرژی کل میدان‌های الکترومغناطیسی را حساب کنید.

ب) تکانه زاویه‌ای کل موجود در میدان‌ها را پیدا کنید.

پ) بنا به فرمول اینشتین $(E = mc^2)$ ، انرژی موجود در میدان‌ها باید در جرم الکترون سهیم شود. لورنتس و دیگران معتقد بودند که جرم کل الکترون را باید چنین حساب کرد. $U_{EM} = m_ec^2$. افزون بر این فرض کنید که تکانه زاویه اسپینی الکترون تماما مربوط به میدان‌های الکترومغناطیسی باشد. $L_{EM} = \frac{\hbar}{2}$. با این دو فرض، شعاع و سرعت زاویه‌ای الکترون را تعیین کنید. حاصلضرب ωR آنها چقدر است ؟ آیا این الگوی کلاسیک منطقی است؟

پرسش ۵

تمام درایه‌های تانسور تنش ماکسول را برای یک موج تخت تکفام که در راستای z حرکت می‌کند و به صورت خطی در راستای x قطبیده شده‌است بیابید .

$$\begin{aligned}\vec{E}\,(z,t) &= E_0 \cos\left(kz - \omega t + \delta\right)\hat{x} \\ \vec{B}\,(z,t) &= \frac{E_0}{c}\cos\left(kz - \omega t + \delta\right)\hat{y}\end{aligned} \tag{۲}$$

پرسش ۶

یک سیم بلند با چگالی بار خطی $-\lambda$ در راستای محور z است. یک پوسته استوانه‌ای با شعاع R و ممان اینرسی I در واحد طول با سیم هم مرکز است و می‌تواند به صورت آزادانه حول محور z بچرخد. چگالی بار سطحی روی پوسته برابر با $\sigma = \frac{\lambda}{2\pi R}$ است و به صورت همگن پخش شده است. استوانه در یک میدان خارجی $\vec{B}_{ext} = B\hat{z}$ قرار دارد و در ابتدا ساکن است. با شروع زمان در $t = 0$ میدان مغناطیسی به آرامی خاموش می‌شود.
آ) با استفاده از پایستگی تکانه زاویه‌ای سرعت زاویه نهایی پوسته (ω) را پیدا کنید.
ب) پاسخ خود را با قانون فارادی چک کنید.