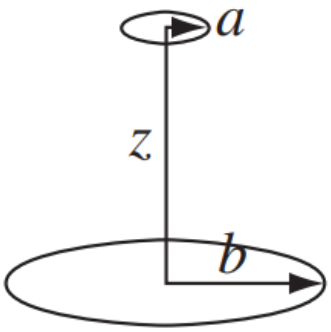
سوال ۱ :

یک حلقه سیم کوچک (به شعاع a) به فاصله z بالای مرکز یک حلقه بزرگ (به شعاع b) نگه داشته می‌شود (همانند شکل زیر). دو حلقه موازی یکدیگر و عمود بر محور مشترکشان هستند.

الف: فرض کنید جریان I در حلقه بزرگ جریان دارد. شار عبوری از حلقه کوچک را بیابید. (می‌توان آن‌قدر حلقه کوچک را کوچک در نظر گرفت که در آن میدان حلقه بزرگ ثابت باشد)

ب: فرض کنید جریان I در حلقه کوچک جریان دارد. شار عبوری از حلقه بزرگ را محاسبه کنید. (حلقه کوچک آنقدر کوچک است که ممکن است آن را به عنوان یک دوقطبی مغناطیسی در نظر بگیرید.)

ج: اندوکتانس های متقابل را بیابید و صحت رابطه $M_{12} = M_{21}$ را بررسی کنید.



سوال ۲ :

یک محیط با شرایط خاص زیر را تصور کنید:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \ , \ \vec{B} = \mu \vec{H}$$
$$\rho = 0 \ , \ \vec{J} = g\vec{E}$$

الف: از معادلات $\nabla . \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ و $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ استفاده کنید و به معادله زیر برسید.

$$\nabla^2 E - \mu g \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

ب: حال از معادلات $\nabla . \boldsymbol{B} = 0$ و $\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu J + \mu \epsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ استفاده کنید و به معادله زیر برسید.

$$\nabla^2 B - \mu g \frac{\partial B}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

ج: نشان دهید جواب هر معادله به شکل $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ را می‌توان به شکل $u - f(x+y) + g(x+y)$ نوشت که در ان f,g دو تابع دلخواه هستند. (راهنمایی: از تغییر متغییر $x' = x + y \ , \ y' = x - y$ بهره ببرید و نشان دهید $\frac{\partial^2 u}{\partial x' \partial y'} = 0$)

سوال ۳ :

فرض کنید میدان الکتریکی زیر در فضا برقرار است.

$$\boldsymbol{E} = A\frac{sin\theta}{r^2} e_r + E^0 e_\theta + B\, cos\theta\, e_\varphi$$

الف: پیکربندی بار را بیابید. (از بارهای نقطه‌ای غافل نشوید)

ب: میدان مغناطیسی که برای وجود داشتن این میدان الکتریکی لازم است را بیابید.

ج: پیکربندی جریانی که میدان قسمت قبل را تولید می‌کند بیابید. آیا جریان دلتا دیراکی هم در محیط وجود دارد؟

د: معادله پیوستگی را برای پیکربندی بار و جریان تحقیق کنید.

ه: آیا هر تابعی را می‌توان به عنوان میدان الکتریکی پذیرفت و یک پیکربندی به آن نظیر کرد؟

و: در مورد میدان مغناطیسی چطور؟

سوال ۴ :

یک سیم لولهٔ طویل ایده آل درنظر بگیرید. تعداد حلقه های سیم لوله در واحد طول n می باشد. یک کرهٔ نارسانای همگن با شعاع R درون سیم لوله قرار می دهیم. جرم کره M است. بر روی کره چگالی بار ثابت σ قرار داده شده است. در ابتدا کره ثابت و جریان درون سیم لوله صفر است. به آرامی درون سیم لوله جریان برقرار می کنیم به طوری که آهنگ تغییرات جریان کوچک است. در هر لحظه˘ سرعت زاویه ای کره را بر حسب جریان سیم لوله به دست آورید.