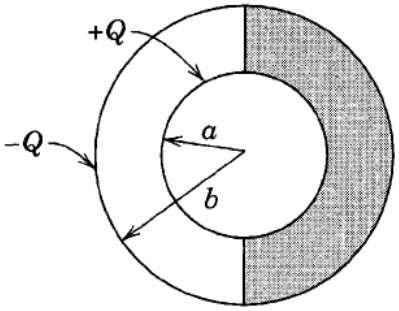
سوال ۱ :

دو کره رسانای هم‌مرکز به شعاع‌های داخلی و خارجی a وb در نظرمیگیریم که روی هر کدام بار $\pm Q$ قرار دارد. نیمی از فضای بین دو کره را با یک پوسته نیم کروی دی‌الکتریک (با ثابت دی‌الکتریک ϵ/ϵ_0 پر میکنیم. پیکربندی مسئله در شکل زیر نشان داده شده‌است.



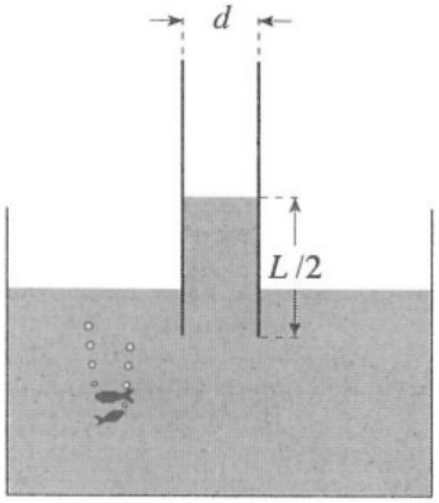
الف) میدان را در همه مناطق بین دو کره بدست آورید.

ب) توزیع بار سطحی را روی کره داخلی محاسبه کنید.

ج) چگالی بار قطبشی القا شده روی سطح دی‌الکتریک را در شعاع a بیابید.

سوال ۲ :

یک خازن با صفحات مربعی موازی با ضلع L و فاصله صفحات d داریم که توسط یک پتانسیل V شارژ می‌شود و سپس از باتری جدا می شود. در این حالت این خازن به صورت عمودی در مخزن بزرگی از مایع دی الکتریک با ثابت نسبی دی‌الکتریک ϵ و چگالی ρ وارد می شود تا زمانی که مایع نیمی از فضای بین صفحات خازن را پر کند. مطابق شکل زیر:



الف) ظریفیت خازن در این حالت چه قدر است؟

ب) شدت میدان الکتریکی در فضای بین صفحات خازن چه قدر است؟

ج) توزیع چگالی بار بر روی صفحات خازن چگونه است؟

د) تفاوت ارتفاع مایع در بین صفحات خازن و بیرون آن چه قدر است؟

سوال ۳ :

در یک دی‌الکتریک خطی قطبش با میدان متناسب است.

$$P = \epsilon_0 \chi_e E$$

اگر ماده مورد نظر از اتم‌ها (یا مولکول‌های غیرقطبی) تشکیل شده باشد، گشتاور دوقطبی القایی هر اتم یا مولکول نیز متناسب یا میدان است:

$$p = \alpha E$$

پرسش: چه رابطه‌ای بین قطبش‌پذیری اتمی α و پذیرفتاری χ_e وجود دارد؟

چون P (گشتاور دوقطبی واحد حجم) برابر است با:

$$P = Np = N\alpha E$$

شاید بخواهیم در نگاه اول رابطه زیر را بیان کنیم:

$$\chi_e = \frac{N\alpha}{\varepsilon_0}$$

در واقع این کار چندان غیرمنطقی نیست اما به این شرط که چگالی اتم‌ها کوچک باشد؛ اما اگر دقیق‌تر مسئله را بررسی کنیم با یک مشکل مواجه می‌شویم. میدان در معادله $P = \epsilon_0 \chi_e E$ یک میدان ماکروسکوپی کل محیط است، در حالی که میدان در معادله $p = \alpha E$ میدان میکروسکوپی ناشی از هر چیز غیر از اتم مورد مطالعه است. (قطبش پذیری اتمی برای یک اتم منفرد واقع در یک میدان خارجی تعریف شده است) این میدان را E_{else} می‌نامیم. فرض کنید فضای اشغالی توسط هر اتم کره‌ای به شعاع R باشد و نشان دهید که:

$$E = \left(1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}\right) E_{else}$$

و از آن برای به دست آوردن معادلات زیر استفاده کنید:

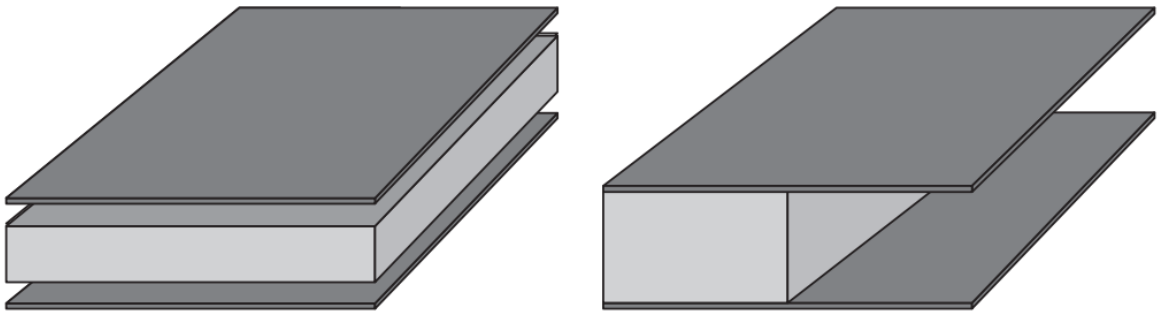
$$\chi_e = \frac{\frac{N\alpha}{\varepsilon_0}}{1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}}$$

$$\alpha = \frac{3\varepsilon_0}{N}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right)$$

معادله فوق را فرمول کلاوسیوس-موسوتی، یا برای کاربردهای اپتیکی معادله لورنتس-لورنز می‌نامند.

سوال ۴ :

فرض کنید مواد دی الکتریک خطی کافی از دی‌الکتریکی با ثابت ϵ_r برای نیمه پر کردن خازنی با صفحات موازی داریم. اگر به حالت a دی‌الکتریک را بین صفحات خازن قرار دهیم، ظرفیت خازن چگونه تغییر می‌کند؟ اگر به صورت b این کار را بکنیم، جواب چگونه است؟ برای یک پتانسیل V بین صفحات خازن، در هر دو حالت E,P,D را در هر منطقه پیدا کنید. همچنین بار آزاد و مقید را برای تمام سطوح پیدا کنید.



(a) (b)

سوال ۵ : (امتیازی)

قضیه ارنشاو می‌گوید که شما نمی توانید یک ذره باردار را در یک میدان الکترواستاتیک به دام بیاندازید. سوال: آیا می توانید یک اتم خنثی (اما قابل قطبش) را در یک اتم میدان الکترواستاتیک به دام بیاندازید.

الف) نشان دهید که نیروی وارد بر اتم برابر با $F = \frac{1}{2}\alpha\nabla(E^2)$ است.

ب) بنابراین این سوال پیش می‌آید: آیا ممکن است E^2 دارای یک بیشینه محلی باشد (در منطقه‌ای بدون بار)؟ در این صورت نیرو اتم را به سمت خود موقعیت تعادلش برمی‌گرداند. نشان دهید که پاسخ منفی است.

سوال ۶ : (امتیازی)

یک بار نقطه‌ای q در فاصله d از مرکز یک کره دی‌الکتریک به شعاع $a\ (a < d)$ و ثابت دی‌الکتریک ϵ/ϵ_0 واقع شده‌است.

الف) پتانسیل را در کل نقاط فضا به صورت بسط هماهنگ‌های کروی بیابید.

ب) مولفه‌های عمودی میدان را نزدیک مرکز کره بیابید.

ج) نشان دهید در حد $\epsilon/\epsilon_0 \to \infty$ جواب مانند حالت کره رسانا در مجاورت بار میشود.