



الکترومغناطیس ۱

پاییز ۱۴۰۰

استاد: دکتر شانت باگرام

سؤال یک

پتانسیل حاصل از یک کره یکنواخت قطبیده را مستقیماً با استفاده از معادله زیر محاسبه کنید. (برای فهم بهتر مسئله، مثال ۴-۲ کتاب را مطالعه کنید).

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\pi \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{\pi^2} d\tau' \quad (1)$$

سؤال دو

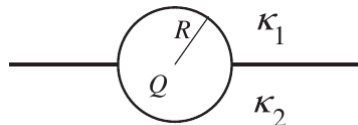
یک ماده دی‌الکتریک خطی به شکل استوانه‌ای بسیار طویل را در یک میدان الکتریکی \vec{E} قرار داده‌ایم. میدان حاصل در داخل استوانه را حساب کنید. (شعاع را a ، پذیرفتاری را χ_e و محور استوانه را عمود بر \vec{E} در نظر بگیرید.)

سؤال سه

کرهٔ رسانایی را در نظر بگیرید به شعاع R و بار Q که مرکز آن در مرکز مختصات قرار دارد، و فضای بیرونی کره به دو بخش تقسیم شده‌است. بالای صفحه xy یا به عبارت دیگر، بخش بالایی شکل (۱) پر شده از دی‌الکتریک با ثابت K_1 است. در پایین صفحه xy نیز دی‌الکتریک با ثابت K_2 قرار دارد.

(الف) پتانسیل را در تمام نقاط بیرونی کره محاسبه کنید.

(ب) تمام بارهای آزاد و بارهای قطبشی مسئله را به دست بیاورید، و ذکر کنید که هر باری که محاسبه می‌کنید در کجا قرار دارد. دقت کنید که چگالی‌های سطحی و حجمی را در هر کجا که قرار دارند محاسبه کنید.



شکل ۱: شکل سؤال سه

سؤال چهار

در یک دی‌الکتریک خطی قطبش با میدان متناسب است:

$$\vec{P} = \epsilon \cdot \chi_e \vec{E} \quad (2)$$

اگر ماده مورد نظر از اتم‌ها (یا مولکول‌های غیرقطبی) تشکیل شده باشد گشتاور دوقطبی القایی هر اتم یا مولکول نیز متناسب با میدان است:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \quad (3)$$

پوشش: چه رابطه‌ای بین قطبش‌پذیری اتمی α و پذیرفتاری χ_e وجود دارد؟ چون \vec{P} (گشتاور دوقطبی واحد حجم) برابر است با:

$$\vec{P} = N\vec{p} = N\alpha\vec{E} \quad (4)$$

در وهله اول به نظر می‌رسد که بنویسیم

$$\chi_e = \frac{N\alpha}{\epsilon_0}$$

در واقع این کار بی‌ربطی نیست به شرط آن‌که چگالی اتم‌ها کوچک باشد. اما یک بررسی دقیق‌تر مسئله‌ای را پیش‌رو می‌گذارد، زیر میدان در معادله زیر

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

میدان ماکروسکوپی کل محیط است، در حالی که میدان در معادله

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}$$

میدان میکروسکوپی ناشی از هر چیز غیر از اتم مورد مطالعه است (قطبش‌پذیری اتمی برای یک اتم منفرد واقع در یک میدان خارجی تعریف شده است). این میدان را \vec{E}_{else} بنامید. فرض کنید فضای اشغالی توسط هر اتم کره‌ای به شعاع R باشد و نشان دهید که

$$\vec{E} = \left(1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}\right) \vec{E}_{else}$$

و از آن برای به‌دست آوردن معادلات زیر استفاده کنید

$$\chi_e = \frac{N\alpha/\epsilon_0}{1 - N\alpha/3\epsilon_0} \quad (5)$$

یا

$$\alpha = \frac{3\epsilon_0}{N} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right) \quad (6)$$

معادله فوق را فرمول کلاوسیوس-موسوتی، یا برای کاربردهای اپتیکی معادله لورنتس-لورنز می‌نامند.