

نمودار هر تیز پراگ-راسل

ستارگان معمولاً پس از دوره هیدروژن سوزی از رشته اصلی خارج می‌شوند و به نواحی سردتر نمودار H-R منتقل می‌شوند و اصطلاحاً غول نامیده می‌شوند. در این وضعیت ستاره معمولاً در مرحله هلیوم سوزی است. اگر نرخ تولید انرژی برای این گونه ستاره‌ها با رابطه زیر داده شود:

$$\epsilon = 4\pi r^2 \epsilon_0 \rho^2 T^{16}$$

الف) رابطه جرم-درخشندگی برای این نوع ستارگان چگونه است؟

ب) این نوع ستارگان در رشته اصلی با چه شیئی قرار می‌گیرند؟

غول‌های مایع

در سطح سیاره زحل دما در حدود ۱۱۰ کلوین در فشار ۰.۵ بار است ($1 \text{ bar} = 10^6 \text{ dyne.cm}^{-2}$). در زیر این سطح همرفت در جریان است و دما با نرخ $dT/ds \approx 0.7 \text{ K.Km}^{-1}$ افزایش می‌یابد. فرض کنید که اتمسفر کاملاً متشکل از هیدروژن مولکولی است.

موقعی یک گاز میعان می‌یابد که چگالی آن به حدود چگالی مایع، یعنی تقریباً از مرتبه 1 g.cm^{-3} برسد. البته میعان در این چگالی زمانی اتفاق می‌افتد، که دما هم مقدار مشخصی باشد، اما فعلاً قصد داریم در این سوال از وابستگی به دما صرف نظر کنیم و فقط بر تابعیت از چگالی تمرکز کنیم. عمق S را تخمین بزنید که در آن هیدروژن میعان می‌یابد. از معادله تعادل هیدرواستاتیک استفاده کنید و فرض کنید شتاب گرانش g ثابت است (تقریبی که چندان دور از واقعیت نیست چرا که شما در محاسباتتان خیلی به مرکز زحل نزدیک نمی‌شوید). پس از محاسبه استدلال کنید که چرا می‌توانیم غول‌های گازی چون مشتری و زحل را "غول آبی" بنامیم.

$$\text{جرم زحل: } 5.68 \times 10^{26} \text{ kg}$$

$$\text{شعاع زحل: } 58232 \text{ km}$$

غول‌های گازی

در این سوال قصد داریم تشکیل غول‌های گازی با فرایند "core nucleation" را بررسی کنیم. یک صخره سنگی و یخی را در نظر بگیرید که در سحابی اولیه بر روی یک مدار حرکت می‌کند. اگر جرم این صخره از یک حد آستانه بیشتر شود، گاز از محیط اطراف روی آن انباشته می‌شود که نتیجه آن تشکیل یک غول گازی مانند مشتری است. این جرم آستانه حدوداً بین ۵ تا $10 M_{\oplus}$ در نظر گرفته می‌شود.

صخره سنگی را با جرم M شعاع R و چگالی ρ_p را در یک سحابی بی‌نهایت بزرگ در نظر بگیرید. که چگالی، فشار و دمای آن در فواصل دور به ترتیب برابر است با ρ_0 ، P_0 و T_0 . گاز انباشته شده بر روی این توده مرکزی پس از مدتی به تعادل هیدرواستاتیک می‌رسد. به طور طبیعی پیشینه چگالی گاز در سطح صخره است و به مرور تا فواصل بی‌نهایت به ρ_0 میل می‌کند. تحول این گاز را به صورت آدیاباتیک در نظر بگیرید: $P = P_0(\rho/\rho_0)^\gamma$ ، که در آن $\gamma = 7/5$ است (برای مولکول هیدروژن). همچنین جرم مولکولی میانگین ذرات گاز را هم μ در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید چگالی گاز در سطح صخره از مرتبه مقدار زیر است:

$$\rho_s = \left(\frac{2GM\mu}{7kT_0R} \right)^{5/2} \rho_0$$

برای محاسبه می‌توانید معادله تعادل هیدرواستاتیک را با شرایط مرزی مناسب در بی‌نهایت حل کنید. تنها فرضی که لازم است در نظر بگیرید $\rho_s \gg \rho_0$ است.

ب) حال می‌خواهیم جرم اتمسفر مقید شده به صخره سنگی را حساب کنیم:

$$M_{env} \approx 4\pi R^2 \rho_s H$$

که در آن $H \approx KT_s/(\mu g)$ ارتفاع مشخصه گاز در سطح صخره و T_s دمای گاز در سطح صخره است، و $g \approx GM/R^2$ شتاب گرانشی در سطح صخره است.

شعاع بحرانی ای برای صخره به دست آورید (R_c) که در آن $M_{env} = M$ همچنین تخمینی از جرم بحرانی M_c بر حسب جرم زمین به دست آورید.

$$(\rho_0 \approx 10^{-11} gcm^{-3}, \rho_P \approx 6g.cm^{-3}, T_0 \approx 75K, \mu = 3 \times 10^{-24} g)$$

در آخر در مورد اهمیت فیزیکی این محاسبه بحث کنید و بگویید چرا شرط $M_{env} = M$ شرط خاصی است؟

تمرینات کتاب

سوالات فصل ۱۰: ۱۰.۲ سوالات فصل ۱۱: ۱۱.۱ - ۱۱.۲ - ۱۱.۳