

امتحان میان ترم اول - در خانه درس مکانیک تحلیلی ۲ - بهار ۹۹
 دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

تاریخ بارگذاری: پنجشنبه ۴ اردیبهشت ۱۳۹۹ ساعت ۹:۰۰

تاریخ دریافت جواب ها: جمعه ۵ اردیبهشت ۱۳۹۹ ساعت ۲۳:۵۹

ارسال جواب: sh.baghram@gmail.com

- لطفا نام، نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود را بر روی برگه اسکن شده مرقوم فرمایید.
- این امتحان ۴ امتیاز از نمره کل این درس را تشکیل می دهد.
- امتحان شامل ۴ سوال است: سوال ۱ - ۱۴ امتیاز، سوال ۲ - ۱۲ امتیاز، سوال ۳ - ۱۶ امتیاز، سوال ۴ - ۱۸ امتیاز
- جواب بعضی قسمت ها در ادامه سوال داده شده است تا بتوانید مسئله را ادامه دهید.
- به بخش اطلاعات مفید مراجعه کنید

سوال (۱) حرکت نیروی مرکزی و زباله های هسته ای:

فرض کنید می خواهید زباله های هسته ای خود را از زمین خارج کنید. این زباله ها را در یک سفینه قرار داده اید. اکنون دو راه برای خارج کردن آن ها مد نظر است.

(۱) زباله ها را به سمت خورشید بفرستید.

(۲) زباله ها را از منظومه شمسی خارج کنید.

هدف این سوال این است که قدم به قدم شما را به سمت جواب این پرسش راهنمایی کند که کدام یک از دو روش فوق ارزان تر خواهد بود. (منظور از ارزان بودن صرف انرژی اولیه کمتر است.)

الف) قانون سوم کپلر را که ارتباط بین دوره تناوب مدارهای بیضوی با قطر بزرگ بیضی / semi-major axis / را مشخص می کند را به دست آورید. این قانون چه ارتباطی با لاگرانژی نیروی مرکزی، مختصه چرخه ای و کمیت های پایسته سیستم دوجسمی در نیروی مرکزی دارد.

ب) ارتباط سرعت مداری زمین و قطر بزرگ مدار زمین حول خورشید را محاسبه و مقدار آن را به دست آورید.

ج) سرعت کمینه سفینه فضایی حامل زباله های هسته ای را طوری به دست آورید که این سفینه از منظومه شمسی خارج شود. راهنمایی: از سرعت مداری زمین می توانید استفاده کنید.

د) یک روش برای ارسال زباله های هسته ای به سمت خورشید این است که از مدارهای انتقالی استفاده کنید. (transfer orbits) بدین منظور خروج از مرکز و قطر بزرگ بیضی مدار انتقالی را به دست آورید.

و) اندازه حرکت زاویه ای مدار جدید و انرژی آن را به دست آورید.

ه) سرعت لازم برای فرستادن زباله ها به خورشید را به دست آورید.

ی) کدام روش انرژی کمتری احتیاج دارد. با چه ایده ای می توان، روش با هزینه بیشتر را، به گزینه مطلوب تری تبدیل کرد.

سوال ۲) یوکاوا

هیدکی یوکاوا 湯川秀樹 فیزیکدان ژاپنی متولد ۱۹۰۷ در توکیو است. این فیزیکدان ذرات نقش جدی در فهم نیروهای هسته ای قوی داشت. پیش بینی مزون ها (ذراتی که از کوارک و انتی کوارک تشکیل شده اند.) و سپس وجود پایون و نقش آن در نیروی هسته ای از مهمترین کارهای یوکاوا است. وی برنده جایزه نوبل ۱۹۴۹ شد.

طبق نظریه یوکاوا برای نیروهای هسته ای قوی، پتانسیل پروتون و نوترون در هسته به شکل زیر است

$$V(r) = \frac{Ke^{-\alpha r}}{r}$$

که $K < 0$ و $\alpha > 0$ ثابت هستند.

الف) نیروی یوکاوا را به دست آورده و پتانسیل موثر حرکت یک جسم در نیروی مرکزی یوکاوا را رسم کرده در مورد حرکت مقید و غیرمقید در این سیستم توضیح دهید.

ب) پایداری مدار دایروی در نیروی مرکزی یوکاوا برای ذره ای به جرم m را بررسی کنید.

ج) مسیر ذره مقید را در پتانسیل یوکاوا تا مرتبه اول تقریب $r\alpha^{-1}$ را به دست آورید.

سوال ۳) پروژه آلاینده های هوا

جواب این سوال را به صورت مشخص در درس نامه ها با یکدیگر بحث کرده ایم. هدف این است که با دانش مکانیک تحلیلی و مفهوم پراکندگی آزمایشی را طراحی کنید که نوع مولکول های آلاینده هوا و میزان نسب آن ها را به دست دهد. در این راستا:

الف) فرض کنید که ذرات آلاینده هوا (ذرات هدف با جرم m_2) در مسئله پراکندگی بسیار سنگین تر از ذرات آلفا m_1 باشد که شما به سمت آن شلیک می کنید. استدلال کنید که چرا می توانید از سرعت اولیه ذرات هدف صرف نظر کنید. با این فرض سرعت مرکز جرم و سرعت نهایی ذرات پراکنده شده و پرتابی را محاسبه کنید.

ب) نشان دهید که ارتباط زاویه پراکندگی آلفا با خط برخورد در دستگاه آزمایشگاه Ψ با زاویه پراکندگی در دستگاه مرکز جرم θ با رابطه زیر داده می شود.

$$\tan \psi = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \frac{m_1}{m_2}}$$

ج) نشان دهید که نسبت انرژی جنبشی ذرات خروجی به انرژی جنبشی اولیه به صورت زیر است:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \left[\cos \psi \pm \sqrt{\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \sin^2 \psi} \right]^2$$

د) در انتها با رسم نمودار نشان دهید که رابطه ای که در قسمت قبل به دست آوردید، به چه ترتیب اطلاعاتی در مورد ذرات آلاینده هوا در اختیار شما قرار خواهد داد (جرم و فراوانی). همچنین در مورد خطاهای اندازه گیری بحث کنید.

سوال ۴) کوریولیس در اکوادور، شاغول ناظم‌الاطباء کرمانی و وینچنزو ویویانی در دانشکده فیزیک

ویدیویی را از وبگاه درس دانلود بفرمایید. <http://sharif.edu/~baghram/Coriolis-ecuador.mp4>

. در این ویدیو: فردی در اکوادور (که در خط استوا قرار دارد) آزمایش خارج شدن آب از سینک را دقیقاً روی خط استوا!!! و سپس چندین قدم در نیم کره شمالی و چندین قدم در نیمکره جنوبی انجام می‌دهد. در این راستا به سوالات زیر جواب دهید.

الف) با استفاده از قوانین تبدیل بین دو دستگاه لخت (مبدأ در مرکز زمین) و نالخت (دستگاه ناظر بر روی زمین) نشان دهید که نیروی موثر در دستگاه نالخت \vec{F}_{eff} از رابطه زیر داده می‌شود.

$$\vec{F}_{eff} = \vec{S} + m\vec{g}_0 - m\vec{R}_f - m\vec{\omega} \times \vec{r} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

که \vec{S} مجموع نیروهای خارجی وارد به جسم به غیر از گرانش است. $\vec{\omega}$ سرعت چرخش زمین، \vec{R} برداری است که مرکز زمین را به مرکز دستگاه مختصات نالخت وصل می‌کند (شعاع زمین). \vec{g}_0 شتاب جاذبه زمین و \vec{v} سرعت متحرک مورد بررسی در دستگاه نالخت است.

ب) با محاسبه نشان دهید که جهت چرخش آب در نیمکره شمالی و جنوبی متفاوت خواهد بود. نوع حرکت را به دست آورده و میزان اثر کوریولیس را بر حسب عرض جغرافیایی به دست آورید.

ج) آیا با آزمایش اکوادور و نتیجه آن موافق هستید؟ آیا ضرب و تقسیم شما در قسمت (ب) نتیجه آزمایش را توجیه می‌کند؟ آیا می‌توانید نتیجه این آزمایش را به گونه‌ای دیگر توضیح دهید.

طبق تعریف لغت نامه دهخدا که بر گرفته از فرهنگ ناظم‌الاطباء است: "شاغول یا شاقول یا شاهول، جسم یا گلوله‌ای سنگی یا فلزی است که آن را به ریسمانی سبک می‌آویزند و بنایان از فراز دیواری که در کار بنا کرده‌اند فروگذارند تا به راستای آن ریسمان، کجی و برآمدگی دوش دیوار را دریابند. شاغول وسیله‌ای است که طنابش عمود بر زمین است".

د) نشان دهید که انحراف کوچک شاغول plumb line از خط عمود واقعی (به سمت مرکز زمین) در روی سطح زمین به عرض جغرافیایی λ با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\epsilon = \frac{R\omega^2 \sin\lambda \cos\lambda}{g_0 - R\omega^2 \cos^2\lambda}$$

این انحراف را با تقریب بر اساس تائیه قوسی در تهران محاسبه کنید.

وینچنزو ویویانی (۱۶۲۲-۱۷۰۳) ریاضی فیزیکدان زاده فلورانس، شاگرد تورچلی و گالیله در سال ۱۶۵۰ میلادی تقریباً ۲۰۰ سال پیش از جان برنارد لئون فوکو پی به حرکت تقدیمی آونگ برد ولی هیچ شاهد متقینی مبنی بر تعبیر درست وینچنزو از چرخش زمین و فیزیک دستگاه نالخت نیست.

ه) فرض کنید وینچنزو به دانشکده فیزیک شریف آمده اند. آونگ فوکو را (که می توانست آونگ ویویانی باشد!) را به ایشان نشان دهید و با ضرب و تقسیم مناسب چرخش زمین را اثبات کنید.

اطلاعات مفید:

- کمیت چرخه ای کمیت است که لاگرائژی به صورت صریح به آن کمیت بستگی نداشته باشد
- جرم زمین: $M_e = 6 \times 10^{24} kg$ شعاع زمین: $R_e = 6400 km$
- ثابت گرانش: $G = 6.67 \times 10^{-11} kg^{-1} m^3 s^{-2}$
- شعاع خورشید: $R_{sun} = 6.98 \times 10^8 m$
- جرم خورشید: $M_{sun} = 2 \times 10^{30} kg$
- فاصله زمین تا خورشید یک واحد نجومی: $1 AU = 150 M km$
- فاصله نپتون تا خورشید: 30
- میرزا علی اکبر خان نفیسی مشهور و ملقب به ناظم الاطباء کرمانی متولد ۱۲۲۶ خورشیدی در کرمان، درگذشت ۱۳۰۳ خورشیدی در تهران، پزشک، ادیب و دانشمند ایرانی و از برجسته ترین پزشکان ایرانی اواخر عهد قاجار محسوب می شود. او پزشک مخصوص دربار مظفرالدین شاه و مؤثر در امضای فرمان مشروطیت بوده است. فرهنگ ناظم الاطبا در اوایل سده ی چهاردهم توسط دکتر میرزا علی اکبر خان نفیسی ناظم الاطبا تألیف گشت. این فرهنگ به فرهنگ نفیسی و فرنودسار نیز معروف است. فرهنگ ناظم الاطبا نخستین فرهنگ فارسی است که از حروف لاتین برای نشان دادن تلفظ کلمات (آوانگاری) استفاده کرده است. (برگرفته از ویکیپدیا فارسی)

با احترام

شانت باگرام