

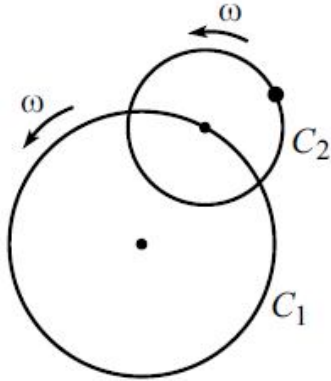
تمرین سری سرم

حرکت در دستگاه مختصات نالخت

تاریخ تحویل به همراه سری چهارم تا پایان روز چهارشنبه 19 فروردین / اتاق 134

1. شتاب جاذبه‌ایی زمین در مختصات زمینی، g اندازه‌گیری می‌شود. اما با توجه به این که زمین در حال چرخیدن است، این شتاب با شتاب واقعی ناشی از گرانش، g^0 ، متفاوت است. فرض کنید زمین کاملاً کروی با شعاع R و سرعت زاویه‌ایی ω است. شتاب g را به عنوان تابعی از عرض جغرافیایی، λ ، به دست آورید.

2. دو دایره‌ی C_1 و C_2 در یک صفحه قرار دارند (مطابق شکل) و هر دو با سرعت زاویه‌ایی ω نسبت به ناظر لخت در حرکتند. مرکز C_1 در یک دستگاه مختصات لخت ثابت شده و مرکز C_2 روی C_1 است. ذره‌ایی با جرم m روی C_2 ثابت شده است. موقعیت ذره نسبت به مرکز C_1 ، $\vec{R}(t)$ است. نیرویی مجازی‌ایی که جرم m احساس می‌کند را پیدا کنید.



3. نیروی وارد بر یک ذره باردار تحت یک میدان الکتریکی E و میدان مغناطیسی B در یک دستگاه مختصات لخت برابر است با:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

که q بار ذره و \vec{v} سرعت آن در دستگاه لخت است. نشان دهید معادله دیفرانسیل حرکت ذره در یک دستگاه مختصات چرخان با سرعت زاویه‌ایی $\vec{\omega} = -\frac{q}{2m}\vec{B}$ ، برای B های کوچک عبارتست از

$$m\ddot{r}' = q\vec{E}$$

که به این معناست که جمله B -دار حذف شده است. این نتیجه به قضیه‌ی لارمور (Larmor) معروف است.

4. شکل زمین در استوا کمی برآمده است و بنابراین کروی کامل نیست. این تغییر شکل به علت نیروی گریز از مرکزی‌ایی است که در مختصات چرخان زمین دیده می‌شود. نشان دهید ارتفاع یک نقطه از سطح زمین (نسبت به زمین کروی) با عبارت زیر داده می‌شود:

$$h = R \left(\frac{R\omega^2}{6g} \right) (3\sin^2\theta - 2)$$

که در آن R شعاع زمین و θ زاویه قطبی است.

5. آینه‌های سهموی قسمت مهمی از تلسکوپ‌های نیوتونی را تشکیل می‌دهند در این مسئله می‌خواهیم به بررسی و نحوه دستیابی به سطوح سهموی بپردازیم. ابتدا این ویدیوی مرتبط با این مسئله را ببینید.

<http://www.aparat.com/v/VKgRX>

آبرای بررسی این مسئله ظرفی از مایع را نظر می‌گیریم که با سرعت زاویه ای ω حول محور Z در حال چرخش باشد. دستگاه مختصات نالختی که با همان سرعت زاویه‌ای ω حول محور Z دوران می‌کند را در نظر بگیرید. مسئله از دید چنین دستگاه مختصاتی، یک مسئله ی ترازمندی پایدار است. جزء جرمی dm از مایع را که در سطح آن باشد در نظر بگیرید و نیروهای وارد شده بر این جزء جرمی را مشخص کنید.

ب. با اعمال شرط ترازمندی، معادلات نیرو را بنویسید و با حل آن‌ها نشان دهید که سطح این مایع چرخان یک سطح سهموی را ایجاد می‌کند.

پ. برای بعضی از تلسکوپ‌ها از آینه‌های مایع استفاده می‌شود که به آن‌ها *Liquid Mirror Telescope* می‌گویند و آن آینه‌ها از یک استخر چرخان پر از جیوه درست شده‌اند. سرعت زاویه‌ای چرخش لازم برای تشکیل آینه‌ای با فاصله ی کانونی ۱۰ متر را بدست آورید.

6. عرض جغرافیایی تهران در حدود 35 درجه است. دوره ی تناوب آونگ فوکوی دانشکده را حساب کنید.
