

تمرین‌های سر کلاس / سری سوم / حرکت سیستم ذرات

1. جسمی به جرم m روی یک مدار هایپربولیک حرکت می‌کند. در حین حرکت به جسمی به جرم M برخورد می‌کند. فرض کنید مکان جسم M ثابت باشد. سرعت در بی‌نهایت v_0 و $b = \text{impact parameter}$ است.

آشنان دهید زاویه‌ی انعکاس (برگشت) ذره برابر است با:

$$\varphi = \pi - 2 \tan^{-1} \gamma b$$

که در آن

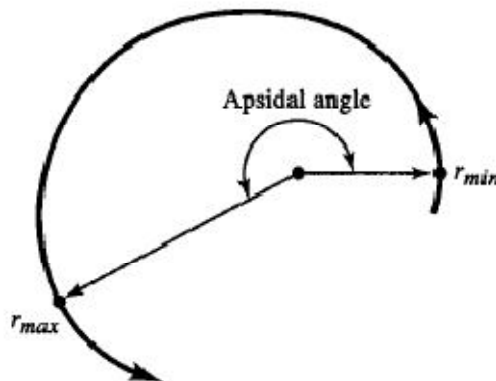
$$\gamma = \frac{v_0^2}{GM}, \quad b = \frac{1}{\gamma} \cot \frac{\varphi}{2}$$

ب. نشان دهید سطح مقطع پراکندگی برابر است با:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\gamma^2 (\sin \frac{\varphi}{2})^2}$$

2. یک ذره تحت پتانسیل $U(r) = \frac{\beta}{r^2}$ در حرکت است. به ازای β های مختلف مسیر ذره را بیابید.

3. $apsis$ نقاطی هستند که بردار شعاع در آن نقاط اکسترمم است. مثلاً در حرکت مداری در یک صفحه نقاط اوج و حضیض نقاط $apsis$ هستند. زاویه‌ی $apsidal$ هم زاویه‌ای است که بردار شعاع را از یک $apse$ به $apse$ بعدی وصل می‌کند. (مطابق شکل) برای به دست آوردن این زاویه کفایت یک مدار تقریباً دایره‌ای در نظر بگیرید که حول شعاع دایره نوسان‌های کوچک می‌کند. دامنه‌ی تناوب این نوسان‌ها را پیدا کنید. حالا می‌توانید زاویه‌ای را از یک کمینه به بشینه‌ی متوالی‌اش می‌رسیم (یا همان $apsidal \text{ angle}$) را پیدا کنیم.



4. بر طبق مکانیک نسبیتی (خاص) ذره‌ایی که تحت پتانسیل $U(r)$ حرکت می‌کند، مداری را طی می‌کند که ذره تحت پتانسیل $U(r) - \frac{[E-U(r)]^2}{2m_0 c^2}$ در مکانیک غیرنسبیتی طی می‌کند. که E انرژی کل ذره، m_0 جرم لختی ذره و c سرعت نور است. در این حالت *apsidal angle* برای حرکت ذره تحت میدان $U(r) = -\frac{k}{r}$ را پیدا کنید.

5. با وجودی که نیروی کل وارد بر یک سیستم ذرات صفر باشد، ممکن است گشتاور کل صفر نباشد. نشان دهید گشتاور کل در هر دستگاه مختصاتی مقدار یکسانی دارد.

6. پرتابه‌ای با زاویه 45 درجه با انرژی اولیه E_0 پرتاب می‌شود. در بالاترین نقطه مسیرش منفجر شده و به دو ذره تقسیم می‌شود. یکی از آن‌ها با جرم m_1 مستقیماً به سوی زمین برمی‌گردد. سرعت ذره اول و دوم (با جرم m_2) را بیابید. نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ زمانی که m_1 بیشینه باشد چقدر است؟

7. گرانیگاه سیستمی از ذرات نقطه‌ایی است که نیروی کل گرانشی خارجی گشتاوری به وجود نمی‌آورد. برای یک نیروی گرانشی یکنواخت، نشان دهید گرانیگاه با مرکز جرم یکی است.
